

# Numerische Untersuchung von PTFE-Manschettendichtungen mit einem werkstoffgerechten Materialmodell

Von T. Kletschkowski<sup>1</sup>, U. Schomburg<sup>1</sup>, A. Bertram<sup>2</sup>

## 1. Kurzfassung

Thermoplastische Dichtungswerkstoffe, wie Polytetrafluorethylen (PTFE), zeigen in einachsigen, isothermen Werkstoffuntersuchungen typische Charakteristika viskoplastischen Materialverhaltens.

In der vorliegenden Arbeit werden die im Experiment beobachteten Phänomene der Geschwindigkeitsabhängigkeit, der Relaxation, der bleibenden Verformung und der Zug-Druck-Asymmetrie mit einem endochronen viskoplastischen Materialmodell beschrieben. Dieses besteht aus der Parallelschaltung eines plastischen Modells mit einer endochronen Fließregel und eines nichtlinearen MAXWELL-Modell.

Die Materialmodellierung wird zunächst anhand eines rheologischen Modells erläutert und anschließend in den Bereich finiter Deformationen übertragen. Im Unterschied zu früheren im Bereich der Dichtungstechnik verwendeten Ansätzen ist dieses Modell geeignet, Zug- und Druckversuche mit anschließender Spannungsrelaxation unter Berücksichtigung der Zug-Druck-Asymmetrie wiederzugeben.

Nach Hinweisen zur Identifikation der benötigten Modellparameter werden am Beispiel eines typischen PTFE-Compounds kurzzeitige Umformvorgänge, wie die Montage einer Dichtung, und langzeitige Prozesse, wie der Radialkraftabfall in der montierten Dichtung, unter Verwendung des vorgestellten Materialmodells mit der Methode der Finiten Elemente analysiert.

---

<sup>1</sup> UniBw Hamburg • Technische Mechanik (FB ET) • 22039 Hamburg

<sup>2</sup> Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg • Inst. f. Mechanik • Universitätsplatz 2 • 39106 Magdeburg

XIII. Dichtungskolloquium, Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen, Vulkan-Verlag Essen 2003, 160 - 173

## 2. Einleitung

Aufgrund ihrer guten tribologischen Eigenschaften, ihrer chemischen Inertheit und ihrer Temperaturbeständigkeit werden im Automobilbau zunehmend gefüllte PTFE-Werkstoffe zur Abdichtung rotierender Wellenaustritte verwendet. So werden beispielsweise zum Abdichten von Kurbelwellenaustritten häufig glasfasergefüllte Compounds in Form von Manschettendichtungen eingesetzt.

Ein Dichtelement zur Abdichtung rotierender Wellen liegt nach Abschluss des Fertigungsprozesses als dünne Kreisringscheibe vor. Zur Montage wird die Dichtung an einen Haltering angeklebt und über einen kegelförmigen Dorn auf die Welle geschoben. Der Haltering wird am Kurbelwellengehäuse angeflanscht. Die aus der Aufweitung der Dichtmanschette während der Montage resultierende Anpressung ist maßgeblich für das Verhindern einer Leckage und wird vornehmlich von der in Umfangsrichtung wirkenden Zugspannung hervorgerufen. Sie vermindert sich in den ersten zehn Stunden nach der Montage der Dichtung auf der Welle um ca. 50% aufgrund der im Material einsetzenden Spannungsrelaxation.

In der numerischen Simulation von Manschetten ist nach wie vor ein großes Rationalisierungspotential enthalten. Zum einen ist das Materialverhalten von PTFE umfassend abzubilden. Zum anderen sind kostenintensive Bauteilprüfungen der Entwicklungsphase innovativer Dichtsysteme durch numerische Untersuchungen zu reduzieren.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist daher die Vorstellung eines neuartigen beanspruchungsgerechten Materialmodells zur Abbildung des viskoplastischen Materialverhaltens von PTFE-Werkstoffen mittels der endochronen Theorie der Plastizität. Aus diesem Grund werden zunächst die im Experiment beobachteten Phänomene der Geschwindigkeitsabhängigkeit im Zugversuch, der Spannungsrelaxation und der plastischen Verformung mit einem mathematischen Modell beschrieben. Im Unterschied zu früheren im Bereich der Dichtungstechnik verwendeten Ansätzen ist dieses Vorgehen geeignet, Zugversuche mit anschließender Spannungsrelaxation in einer geschlossenen Simulation (ohne Neustart und Wechsel des Materialmodells) wiederzugeben. Weiterhin zeichnet sich dieses Modell in seiner Grundform durch eine geringe Anzahl von Modellparametern (sieben) und numerische Effizienz aus.

Am Beispiel eines typischen PTFE-Compounds (90% PTFE, 5% Molybdändisulfid, 5% kurze zylindrische Glasfasern) werden anschließend kurzzeitige Umformvorgänge, wie die Montage einer Dichtung, und langzeitige Prozesse, wie der Radialkraftabfall in der montierten Dichtung, mit der Methode der Finiten Elemente untersucht unter Verwendung der vorgestellten Materialbeschreibung analysiert.

### 3. Materialverhalten von PTFE-Werkstoffen

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse uniaxialer Experimente mit anschließender Spannungsrelaxation diskutiert. Als Probekörper dienen rechteckige Flachzugproben sowie zylindrische Druckproben. Der relevante Messbereich hat im undeformierten Zustand eine Länge von 10 mm. Alle nachfolgend dokumentierten Versuche wurden bei Raumtemperatur (23°C) durchgeführt.

In Abbildung 1 a) - d) sind die experimentellen Daten verschiebungsgesteuerter Zug- und Druckversuche zusammen mit den Ergebnissen numerischer Simulationen dargestellt. In Abbildung 1 a) ist die technische Spannung in  $\text{N/mm}^2$  über der technischen Dehnung für drei Dehnungsgeschwindigkeiten aufgetragen. Der Verlauf der Kennlinien ist nichtlinear. Das Material reagiert auf eine Erhöhung der Belastungsgeschwindigkeit um eine Dekade mit einer Erhöhung der technischen Spannung um ca. 14% nach Überschreiten der Linearitätsgrenze. Der Übergang in den Fließbereich erfolgt allmählich, ohne Überschreiten einer scharf ausgeprägten Fließgrenze.

Die Abbildungen 1 b) - d) dokumentieren Spannungsrelaxationsprozesse im Anschluss an Zug- bzw. Druckversuche mit einer Dehnungsgeschwindigkeit von  $|10 \text{ %/min}|$  für unterschiedliche Dehnungsniveaus. Es ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeit der Spannungsabnahme in den ersten 60 min der Relaxationsprozesses besonders groß ist, siehe Abbildung 1 d). Die initialen Spannungen reduzieren sich innerhalb von zehn Stunden auf etwa fünfzig Prozent ihrer initialen Werte.

Die Abbildungen 1 a) - d) verdeutlichen weiterhin das unterschiedliche uniaxiale Werkstoffverhalten im Zug- und Druckbereich. Es wird deutlich, dass die Spannungsbeträge für Druck die korrespondierenden für übersteigen. Wird der Zugversuch als Referenzversuch betrachtet, dann beträgt die maximale Überhöhung der Spannung im Druckbereich am Ende der Belastungsphase ca. 78%.

Die Experimente belegen das Vorhandensein einer Spannungsrelaxation auch im Druckbereich. Die Abbildung der Zug-Druck-Asymmetrie, im Englischen als SDE (*Strength Differential Effect*) bezeichnet, durch eine rechentechnische Unterdrückung der Spannungsrelaxation in den Druckbereichen einer PTFE-Manschettendichtung, siehe Pohl (1999), kann daher die Verhältnisse im Material nicht adäquat abbilden.

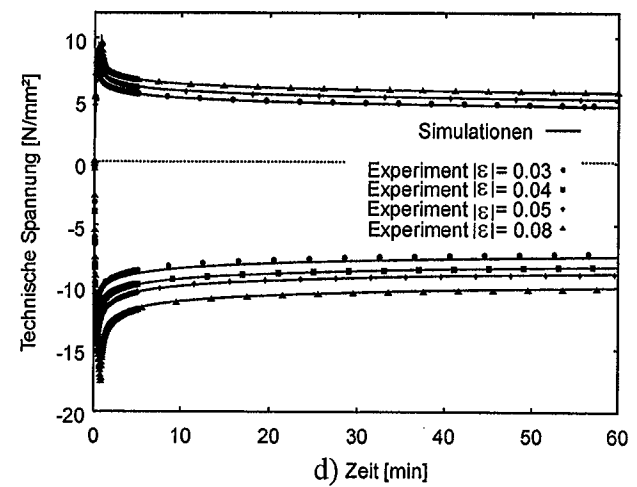
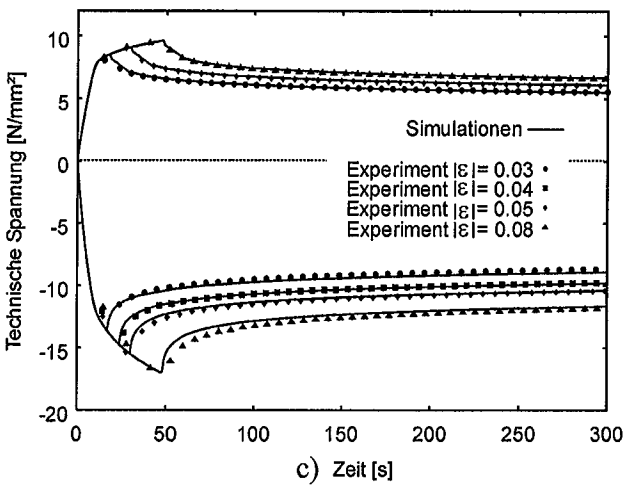
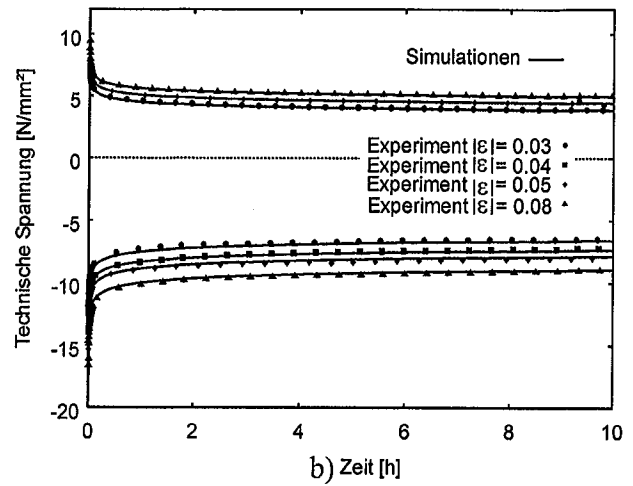
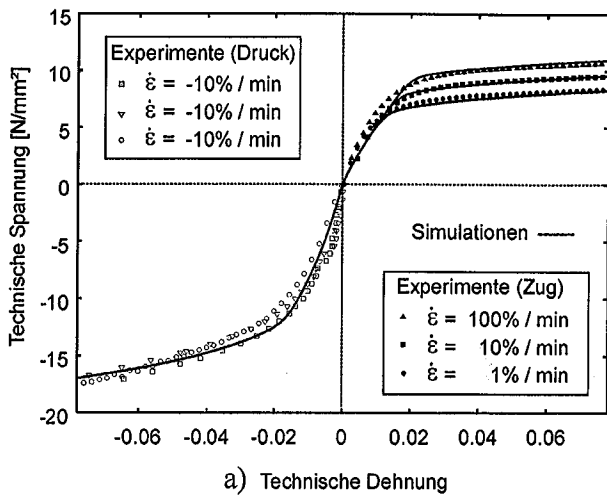


Abbildung 1: Dehnungsgesteuerte Experimente und numerische Simulationen

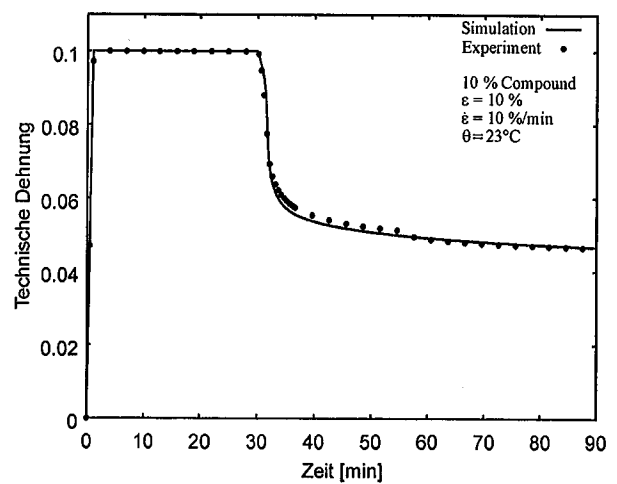
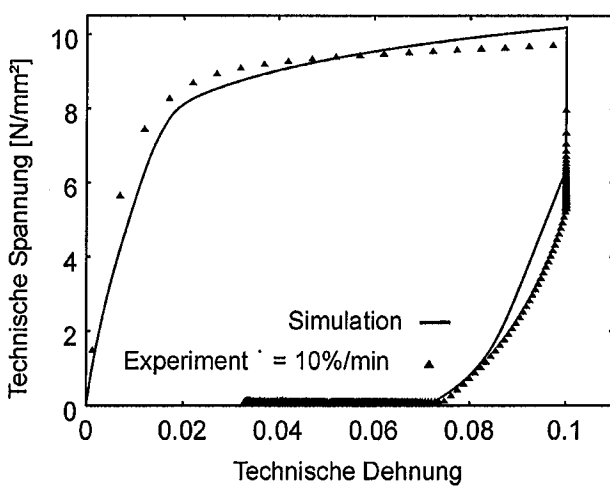


Abbildung 2: Entlastungsversuche und numerische Simulationen

Die Zug-Druck-Asymmetrie ist charakteristisch für glasfasergefüllte PTFE-Werkstoffe. Im Gegensatz dazu zeigt reines PTFE ein symmetrisches Verhalten im Zug- und Druckbereich, siehe Pohl (1999). Ein unterschiedliches Deformationsverhalten des weichen Matrixmaterials und der steifen Glasfasern sowie die schwachen Haftkräfte zwischen Matrix und Füllstoff sind als Ursache für das asymmetrische Materialverhalten der Compounds in Betracht zuziehen.

Zugproben, die nach halbstündiger Spannungsrelaxation entlastet werden, zeigen den Effekt des viskosen Rückkriechens. Jedoch verbleibt nach der Entlastung ein permanenter Deformationsanteil. Abbildung 2 dokumentiert diesen Aspekt des Materialverhaltens. Hier ist links die Spannungs-Dehnungs-Kurve für einen isothermen Zugversuch mit einer Dehnungsgeschwindigkeit von 10%/min und einer maximalen Dehnung von 10% aufgetragen. Rechts zeigt Abbildung 2 den Verlauf der technischen Dehnung aufgetragen über der Zeit. Die Entlastung erfolgt kraftgeregelt nach 30 Minuten mit einer Geschwindigkeit von 0,5 N/s. Anschließend wird das viskose Rückkriechen im entlasteten Zustand vermessen. Letztlich verbleibt eine permanente inelastische Deformation, die wir als plastisch bezeichnen, da sie unabhängig von der Belastungsgeschwindigkeit ist (siehe Kletschkowski et al. (2000)).

Insgesamt zeigt das untersuchte Compound die Effekte der Geschwindigkeitsabhängigkeit im Zugversuch, der nichtlinearen Spannungsrelaxation, des viskosen Rückkriechens und der bleibenden Verformung. Hinzu kommt die in Pohl (1999) und Kletschkowski et al. (2001) ausführlich beschriebene Zug-Druck-Asymmetrie (SDE).

Die Gesamtdeformation setzt sich aus reversiblen elastischen, reversiblen viskosen und irreversiblen plastischen Anteilen zusammen. Das untersuchte Compound lässt sich demnach als viskoplastisches Material bezeichnen.

#### **4. Mathematische Modellierung des Werkstoffverhaltens**

Die Grundlage zur Beschreibung des inelastischen Materialverhaltens bildet das in Kletschkowski et al. (2002<sup>1</sup>) sowie (2002<sup>2</sup>) vorgestellte viskoplastische KBS-Modell (Abbildung 4 und 6). Dieses besteht aus der Parallelschaltung eines elastoplastischen endochronen Elementes mit nichtlinear elastischen Teileigenschaften und eines MAXWELL-Elementes mit einem Fließgesetz nach GAROFALO (1965). Im einachsigen Fall werden Ingenieursspannungen und technische Dehnungen berechnet.

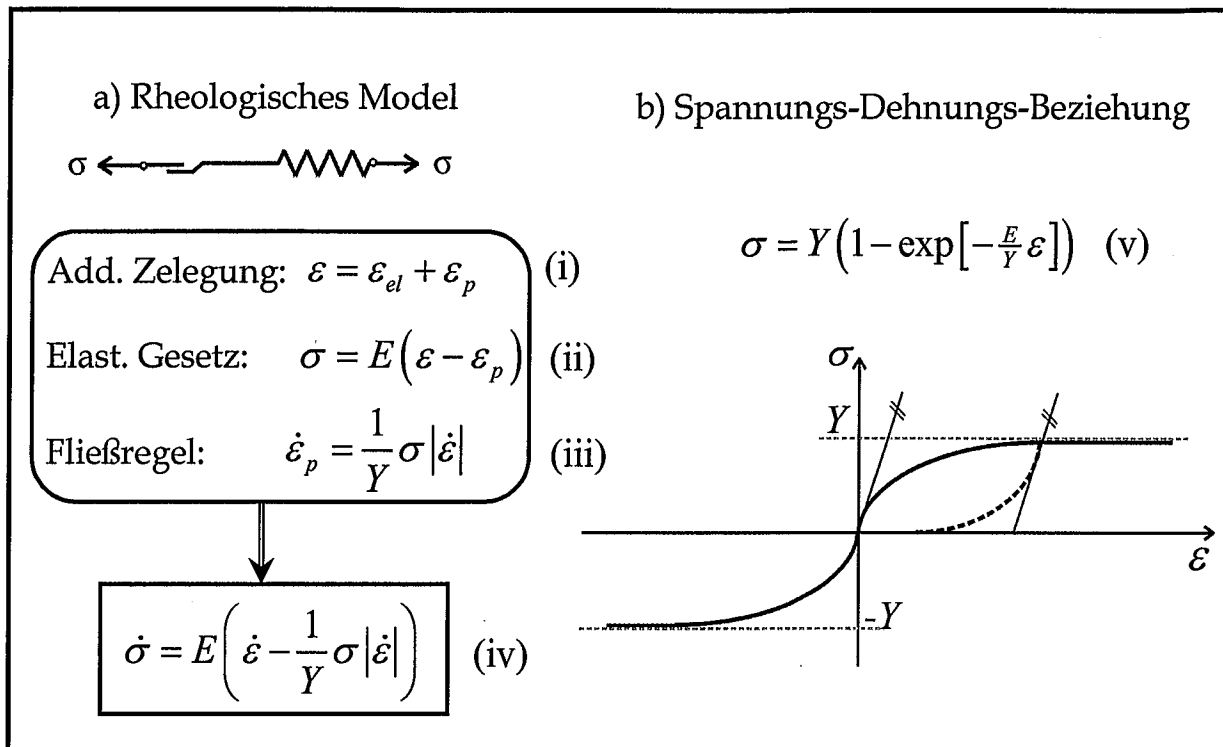


Abbildung 3: Endochrome Theorie der Plastizität

Die endochrome Theorie der Plastizität wird von Valanis (1971), Haupt (1977) sowie (2000) und Krawietz (1986) ausführlich diskutiert. An dieser Stelle soll anhand der Abbildung 3 lediglich die Charakteristik dieser geschwindigkeitsunabhängigen Materialbeschreibung erläutert werden.

Gemäß Gleichung (i) setzt sich die Gesamtdeformation eines solchen Elementes additiv aus einem elastischen und einem plastischen Anteil zusammen. Unterstellt man der Feder linear elastisches Materialverhalten, dann gilt Gleichung (ii).  $E$  ist der Elastizitätsmodul. Für die Entwicklung der plastischen Dehnung gelte der Ansatz (iii). Dieser unterscheidet sich von der Fließregel eines linearen MAXWELL-Elementes durch die zusätzliche Multiplikation mit  $|\dot{\varepsilon}|$  wodurch Gleichung (iii) geschwindigkeitsunabhängig wird.  $Y$  ist ein Materialparameter.

Differenziert man, konstante Materialparameter vorausgesetzt, Gleichung (ii) nach der Zeit, berücksichtigt Gleichung (i) und ersetzt  $\dot{\varepsilon}_p$  durch die Entwicklungsgleichung (iii), so folgt Gleichung (iv). Diese Differentialgleichung ist eine geschwindigkeitsunabhängige Materialgleichung. Werden Deformationsprozesse mit konstanter und positiver Dehngeschwindigkeit betrachtet, lässt sich der zugehörige Spannungsverlauf nach Integration von (iv) mit (v) beschreiben.

Gleichung (v) kennzeichnet ein unterlineares Materialverhalten, bei dem die Spannung  $\sigma$  mit zunehmender Dehnung  $\varepsilon$  gegen den Sättigungswert  $Y$  strebt.  $Y$  bestimmt also die maximal erreichbare Spannung. Da sich die plastischen Dehnungen sofort nach Beginn des Deformationsprozesses entwickeln, gibt es keinen initialen elastischen Bereich, der durch eine Fließgrenze berandet wäre. Die Auswertung eines Fließkriteriums und einer Belastungsbedingung entfällt somit, was die spätere numerische Simulation vereinfacht.

Die kontinuierliche Entwicklung der inelastischen Variablen in einem endochronen elastoplastischen Modell ist gut mit den experimentellen Ergebnissen vereinbar. Diese dokumentieren einen allmählichen Übergang in den Fließbereich ohne Überschreitung einer signifikanten Fließgrenze. Die im Werkstoff ablaufenden morphologischen Veränderungen, wie das Aufbrechen kristalliner Strukturen und die Rekristallisation, sind von der Größe und dem Vorhandensein einer anliegenden Spannung abhängig. Diese muss im Gegensatz zu metallischen Werkstoffen jedoch keinen kritischen Wert überschreiten. Auch unter diesem Gesichtspunkt erscheint die Verwendung eines endochronen Ansatzes zur Beschreibung der plastischen Deformation als sinnvoll.

#### **4.1 Ein rheologisches Modell für PTFE-Werkstoffe**

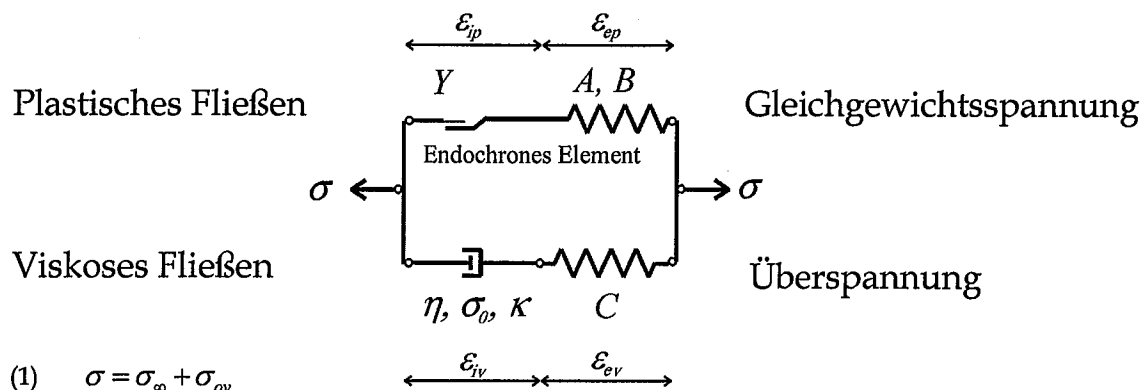
Abbildung 4 fasst das für thermoplastische Kunststoffe entwickelte KBS-Modell im einachsigen Fall für den Bereich kleiner Deformationen zusammen. Gemäß Gleichung (1) setzt sich die Gesamtspannung  $\sigma$  additiv aus der Gleichgewichtsspannung des endochronen Modells  $\sigma_{\infty}$  und der Überspannung des MAXWELL-Modells  $\sigma_{ov}$  zusammen. Gleichung (2) beschreibt die konstitutive Zerlegung der Gesamtdehnung  $\varepsilon$  in elastische und inelastische Anteile.

Für den Gleichgewichtsspannungsanteil wird bereits im geometrisch linearen Fall der physikalisch nicht lineare Ansatz (3) mit den Modellparametern  $A$  und  $B$  verwendet. Der Verfestigungskoeffizient  $D$  gestattet die Berücksichtigung der Zug-Druck-Asymmetrie. Für sehr kleine Deformationen reduziert sich Gleichung (3) auf das HOOKEschen Gesetz.

Gleichung (4) ist das elastische Gesetz für die zeitlich veränderlichen Überspannungen. Die Gleichungen (5) und (6) beschreiben die Entwicklung der inelastischen Variablen  $\varepsilon_{ip}$  und  $\varepsilon_{iv}$ . Gleichung (5) ist geschwindigkeitsunabhängig, Gleichung (6) hingegen geschwindigkeitsabhängig.

Gleichung (7) kennzeichnet die Entwicklung des Verfestigungskoeffizienten  $D$  hinsichtlich der permanenten und nichtpermanenten Eigenschaften der Spannungsüberhöhung im Druckbereich, siehe Kletschkowski et al. (2001).

# KBS-Modell der endochronen Viskoplastizität



$$(1) \quad \sigma = \sigma_{\infty} + \sigma_{ov}$$

$$(2) \quad \varepsilon = \varepsilon_{ev} + \varepsilon_{iv} = \varepsilon_{ep} + \varepsilon_{ip}$$

$$(3) \quad \sigma_{\infty} = A \left[ \ln(1 + B \langle \varepsilon_{ep} \rangle) \right] - A(1 + D) \left[ \ln(1 - B \langle -\varepsilon_{ep} \rangle) \right] \quad \text{mit} \quad \langle x \rangle := \frac{1}{2}(x + |x|)$$

$$(4) \quad \sigma_{ov} = C \varepsilon_{ev}$$

$$(5) \quad \dot{\varepsilon}_{ip} = (1/Y) \langle \sigma_{\infty} \rangle |\dot{\varepsilon}| + (1/Y(1+D)) \langle -\sigma_{\infty} \rangle |\dot{\varepsilon}|$$

$$(6) \quad \dot{\varepsilon}_{iv} = (1/\eta) \left[ \sinh(\sigma_{ov}/\sigma_0) \right]^{\kappa}$$

$$(7) \quad \dot{D} = \dot{D}_p + \dot{D}_n \quad \text{mit} \quad \dot{D}_p = -K_1 \langle -\sigma_{\infty} \rangle |\dot{\varepsilon}| (D_p^{\max} - D_p) \quad \text{und} \quad \dot{D}_n = -K_2 \langle -\sigma_{\infty} \rangle |\dot{\varepsilon}| (D_n^{\max} - D_n) - K_3 (D_n)^{K_4}$$

Abbildung 4: Materialbeschreibung im Bereich kleiner Deformationen

Die Identifikation dieser Konstitutivgleichungen beginnt mit der Bestimmung der Modellparameter  $A, B, C, Y, \eta, \kappa, \sigma_0$  im Zugbereich. Zur Ermittlung dieser Modellparameter wird lediglich ein Zugversuch mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit mit anschließender Spannungsrelaxation und Entlastung benötigt. Zur Identifikation dient der in Abbildung 1 gezeigte Zugversuch mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 10%/min und einer maximalen technischen Dehnung von 8%. Die Größe der plastischen Verformung wird zu 2,4% abgeschätzt, siehe Kletschkowski et al. (2001).

In einem zweiten Identifikationsschritt können die zur Beschreibung asymmetrischen Materialverhaltens im Druckbereich zusätzlich benötigten Modellparameter ermittelt werden. Zur Identifikation dieser Modellparameter genügt ein Druckversuch mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit mit nachfolgender Spannungsrelaxation. Die Parameteridentifikation erfolgt jeweils numerisch mittels einer Fehlerquadratminimierung zwischen Messdaten und Simulation.



Die Abbildungen 1 a) - d) sowie die Abbildung 2 verdeutlichen, dass das KBS-Modell geeignet ist, die nichtlinearen Materialeigenschaften von PTFE-Werkstoffen im Zug- und Druckbereich qualitativ und quantitativ wiederzugeben. Insbesondere gelingt die Verifikation des mittels dehnungsgesteuerter Experimente identifizierten KBS-Modells anhand kraft geregelter Versuche, siehe Abbildung 2. Die numerische Berechnung von Kriechprozessen (Kletschkowski et al. (2002<sup>2</sup>)) bestätigten diese Ergebnisse.

#### 4.2 Beschreibung des Materialverhaltens bei großen Deformationen

Die Modellierung des viskoplastischen Materialverhaltens von PTFE-Werkstoffen fußt auf dem in Bertram (1998) vorgestellten Konzept zur finiten Plastizität mittels materieller Isomorphismen. Die Idee dieser Vorgehensweise beruht auf der Transformation elastischer Gesetze mittels einer tensoriellen unsymmetrischen Variablen, der plastischen Transformation  $P$ . Diese lässt die elastischen Werkstoffeigenschaften wie den Elastizitätsmodul unverändert und wird daher als materieller Isomorphismus bezeichnet.

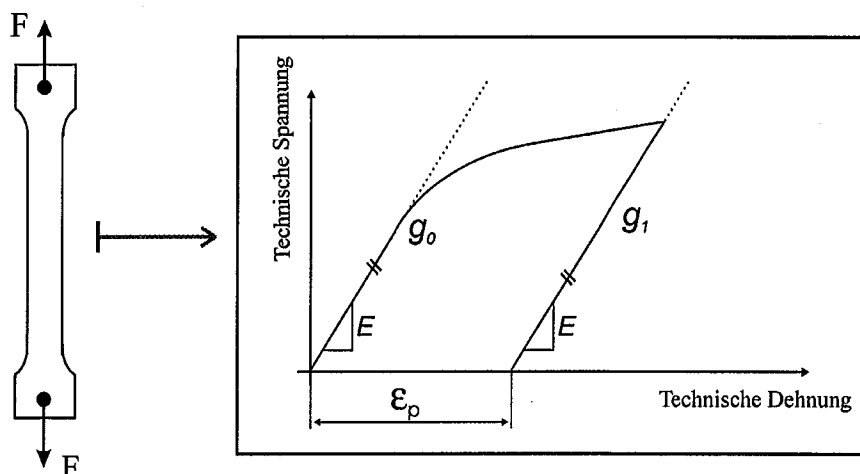


Abbildung 5: Isomorphie elastischer Bereiche

Zur Veranschaulichung wird das Konzept der Isomorphie elastischer Bereiche im Sonderfall der Eindimensionalität für kleine Verformungen betrachtet. Man stelle sich hierzu ein elastoplastisches Stabelement mit HOOKEschem Elastizitätsgesetz unter Zugbeanspruchung vor. Die Beanspruchung führe zu plastischen Deformationen; die Streckgrenze des Materials werde im Verlauf des Verformungsprozesses überschritten. Nachdem sich das Material während der Belastungsphase plastisch verformt hat, liegt in der Entlastungsphase wieder elastisches Materialverhalten vor, allerdings verbleibt nach vollständiger Entlastung eine irreversible plastische Deformation.

Die Anstiege der elastischen Geraden während der Be- bzw. Entlastung sind identisch und entsprechen dem Elastizitätsmodul des Materials. Im jeweiligen elastischen Bereich gehorcht das Stabelement demzufolge dem HOOKEschen Gesetz.

Die Transformation des initialen elastischen Gesetzes in den momentanen elastischen Bereich entspricht einer Ursprungsverschiebung des Koordinatensystems im Spannungs-Dehnungs-Diagramm um den Betrag der plastischen Deformation. Die plastische Dehnung ist demzufolge das eindimensionale Analogon zur plastischen Transformation. Weitere Details sind Betram (1998) sowie in Bezug auf thermoplastische Kunststoffe Kletschkowski et al. (2002<sup>2</sup>) zu entnehmen.

Die Formulierung des KBS-Modells im Bereich großer Deformationen beginnt mit der Wahl der unabhängigen Dehnungsvariable. Sei  $\mathbf{F}$  der Deformationsgradient, so bezeichnet  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$  den rechten CAUCHY-GREEN-Tensor.

Als abhängige Veränderliche wird der materielle Spannungstensor  $\mathbf{S}$  eingeführt, der die in die Bezugsplatzierung zurückgezogenen CAUCHY-Spannungen  $\mathbf{T}$  gemäß  $\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{F}^{-T}$  enthält.  $\mathbf{S}$  und  $\mathbf{C}$  sind leistungskonjugierte Größen.

Es handelt sich um eine LAGRANGEsche Beschreibung der Deformationen, weshalb alle Punkte materielle Zeitableitungen symbolisieren werden. Alle verwendeten Materialgleichungen sind materiell objektiv.

Als innere Variablen werden zur Beschreibung inelastischer Deformationsvorgänge eine plastische Transformation  $\mathbf{P}_p$  und eine viskose Transformation  $\mathbf{P}_v$  eingeführt. Ihre Entwicklung wird durch assoziierte Fließregeln im Rahmen einer  $J_2$ -Theorie beschrieben, siehe Kletschkowski (2002<sup>2</sup>).

Der für die Beschreibung des Materialverhaltens im Bereich großer Deformationen benötigte Gleichungssatz ist in Abbildung 6 zusammengefasst. Details zu dessen Ableitung sind Kletschkowski et al. (2002<sup>2</sup>) zu entnehmen. Gleichung (8) definiert die unabhängige Variable  $\mathbf{C}$ , Gleichung (9) deren multiplikative Aufspaltung in einen volumetrischen und einen isochoren Anteil.

Der materielle Spannungstensor  $\mathbf{S}$ , Gleichung (10), setzt sich additiv aus einem Volumenspannungsanteil  $S_{vol}$  sowie den deviatorischen Anteilen  $S_{\infty}^{DEV}$  und  $S_{ov}^{DEV}$  der Gleichgewichtsspannung und Überspannung zusammen, Gleichung (11). Die initialen elastischen Gesetze (12), (16) und (19) dieser Spannungstensoren bestimmen im Zusammenwirken

XIII. Dichtungskolloquium, Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen, Vulkan-Verlag Essen 2003, 160 - 173

mit den Isomorphiebedingungen des dreidimensionalen endochronen Modells (13)-(15) sowie den Isomorphiebedingungen des dreidimensionalen MAXWELL-Modells (17)-(18) die Spannungsantwort des KBS-Modells.

Die Gleichungen (20) und (22) beschreiben die Entwicklung der inelastischen Transformationen  $\mathbf{P}_P$  und  $\mathbf{P}_V$ . Die Gleichungen (21) und (23) definieren die für diese assoziierten Fließregeln benötigten materiellen von-MISES-Vergleichsspannungen.

## KBS-Modell in der finiten Viskoplastizität

Unabhängige Variable:

$$(8) \quad \mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \qquad (9) \quad \mathbf{C} = (\det \mathbf{C})^{-\frac{1}{3}} \bar{\mathbf{C}}$$

Abhängige Variable:

$$(10) \quad \mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{F}^{-T} \qquad (11) \quad \mathbf{S} = S_{vol} \mathbf{C}^{-1} + \mathbf{S}_{\infty}^{DEV} + \mathbf{S}_{ov}^{DEV} \qquad \mathbf{S}^{DEV} := \mathbf{S} - \frac{1}{3} tr(\mathbf{S} \mathbf{C}) \mathbf{C}^{-1}$$

Elastische Gesetze:

$$(12) \quad S_{vol} = K \ln \left\{ \sqrt{\det \mathbf{C}} \right\}$$

$$(13) \quad \mathbf{S}_{\infty}^{DEV} = \left( \mathbf{P}_P h_{P0} (\bar{\mathbf{C}}_P) \mathbf{P}_P^T \right)^{DEV} \qquad (14) \quad \bar{\mathbf{C}}_P = \mathbf{P}_P^T \bar{\mathbf{C}} \mathbf{P}_P \qquad (15) \quad \bar{\mathbf{C}}_P - \mathbf{I} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i$$

$$(16) \quad h_{P0} (\bar{\mathbf{C}}_P) = 2G_{\infty} \sum_{i=1}^3 \left[ \ln(1 + B \langle \lambda_i \rangle) - \ln(1 - B \langle -\lambda_i \rangle) \right] \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i$$

$$(17) \quad \mathbf{S}_{ov}^{DEV} = \left( \mathbf{P}_V h_{V0} (\bar{\mathbf{C}}_V) \mathbf{P}_V^T \right)^{DEV} \qquad (18) \quad \bar{\mathbf{C}}_V = \mathbf{P}_V^T \bar{\mathbf{C}} \mathbf{P}_V \qquad (19) \quad h_{V0} (\bar{\mathbf{C}}_V) = 2G_{ov} (\bar{\mathbf{C}}_V - \mathbf{I})$$

Entwicklungsgleichungen:

$$(20) \quad \dot{\mathbf{P}}_P \mathbf{P}_P^{-1} = -\frac{3}{2Y} \sigma_{VP} \dot{\epsilon}_V \frac{(\mathbf{S}_{\infty}^{DEV} \mathbf{C})}{\sigma_{VP}} \qquad (21) \quad \sigma_{VP} := \sqrt{\frac{3}{2} sp \left\{ (\mathbf{S}_{\infty}^{DEV} \mathbf{C}) (\mathbf{S}_{\infty}^{DEV} \mathbf{C}) \right\}}$$

$$(22) \quad \dot{\mathbf{P}}_V \mathbf{P}_V^{-1} = -\frac{3}{2\eta} \left[ \sinh(\sigma_{VV} / \sigma_0) \right]^{\kappa} \frac{(\mathbf{S}_{ov}^{DEV} \mathbf{C})}{\sigma_{VV}} \qquad (23) \quad \sigma_{VV} := \sqrt{\frac{3}{2} sp \left\{ (\mathbf{S}_{ov}^{DEV} \mathbf{C}) (\mathbf{S}_{ov}^{DEV} \mathbf{C}) \right\}}$$

*Abbildung 6: Materialbeschreibung im Bereich großer Deformationen*

Das in Box 6 zusammengefasste finite KBS-Modell wurde unter Berücksichtigung der Zug-Druck-Asymmetrie in die Benutzerschnittstelle USERMAT des FE-Programms ANSYS implementiert und für numerische Simulationen der Montage und Lagerung von PTFE-Manschettendichtungen verwendet. Das finite KBS-Modell enthält mit  $K, G_{\infty}, B, G_{ov}, Y, \eta, \kappa$  und  $\sigma_0$  acht Modellparameter.

## 5. Numerische Untersuchung der Radialkraft von PTFE-Manschettendichtungen

Bei den nachfolgend beschriebenen numerischen Untersuchungen handelt es sich um axialsymmetrische Analysen der Montage und Lagerung von PTFE-Manschettendichtungen (Innendurchmesser 76,1 mm, Außendurchmesser 102 mm, Lippendicke 0,89 mm) auf einem 15° - Dorn (Wellendurchmesser 85 mm).

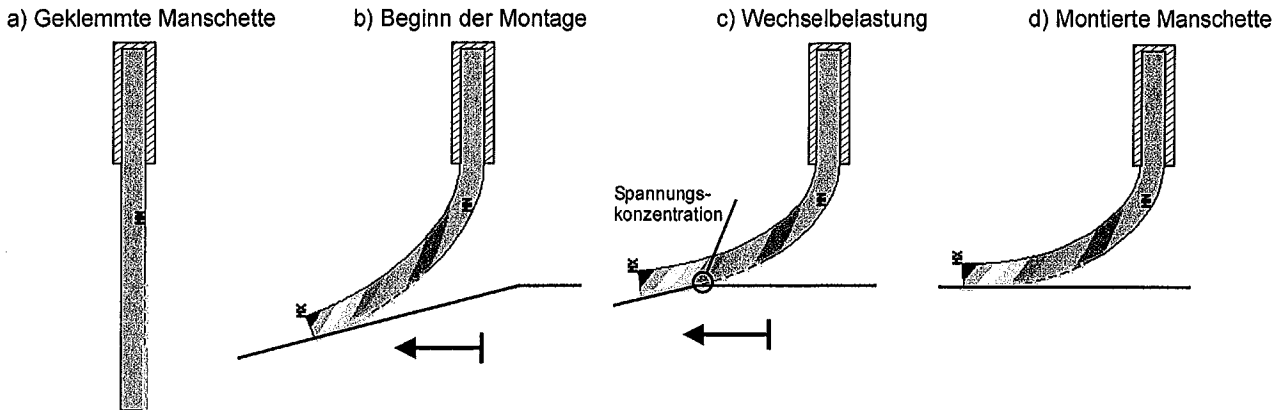
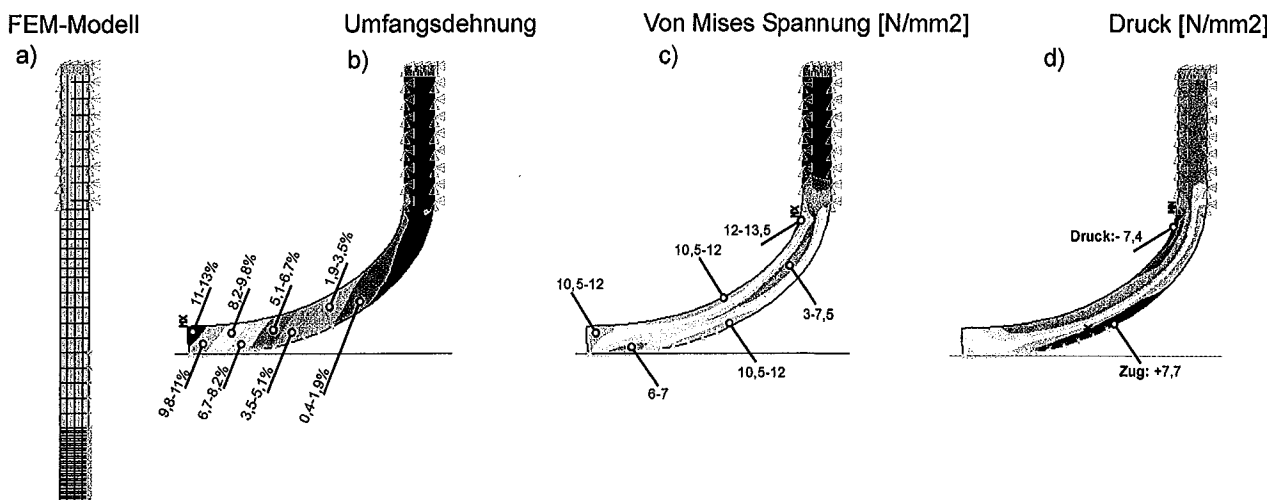


Abbildung 7: Montage einer PTFE-Manschettendichtung

Die Abbildungen 7 a) - d) illustrieren den Montageprozess und die Ausbildung der radialen Verschiebungen. Der kegelförmige Dorn wird durch die Öffnung der geklemmten Manschettendichtung geschoben. Dabei wird die Dichtung in Umfangsrichtung gedehnt und zusätzlich gebogen, siehe Abbildungen 7 b) und c). Abbildung 7 d) zeigt qualitativ die Verteilung der radialen Verschiebungen.



### *Abbildung 8: FE-Simulation - Montierte Manschettendichtung*

Abbildung 8 a) zeigt die Elementierung der unverformten Dichtung. Das FE-Netz besteht aus 325 Elementen und 306 Knoten. Die Elementierung ist im Bereich der größten Biegebeanspruchung sowie im zu erwartenden Kontaktbereich verfeinert. Der in Abbildung 8 a) nicht gezeigte Montagedorn wird durch Starrkörperelemente dargestellt. Der Kontakt zwischen Welle und Dichtung wird reibungsbehaftet modelliert. Hier fließen die in Sui (1998) dokumentierten Ergebnisse zum Reibverhalten von PTFE-Werkstoffen ein.

Untersucht wird die Spannungs- und Pressungsverteilung im Anschluss an Montagesimulationen mit einer Vorschubgeschwindigkeit von 60 mm/min sowie der zeitliche Verlauf der Radialkraft während der Lagerung. Weiterhin wird die Auswirkung unterschiedlicher Montagegeschwindigkeiten auf die maximalen Radialkräfte und die Pressungsverteilung analysiert.

Abbildungen 8 b) illustriert die Verteilung der Umfangsdehnungen. Aufgetragen sind logarithmische Dehnungen in der verformten Manschette. Diese wachsen stetig bis zum Lippenende. Insbesondere ist die Umfangsdeformation auf der Manschettenseite größer als im Kontaktbereich. Am Lippenende bedingt dieses Deformationsverhalten den in Sui (1998) analytisch und numerisch beschriebenen Glockenmälcheneffekt.

Abbildung 8 c) zeigt die Verteilung der räumlichen von-MISES-Vergleichsspannung. Die größten Spannungen treten unterhalb der Einspannung und am Lippenende, dem Ort der größten Deformationen, auf. Die Größenordnung korrespondiert mit den experimentellen Daten der uniaxialen Zugversuche.

In Abbildung 8 d) ist die Verteilung des Drucks dargestellt. Wie zu erwarten sind auf der gebogenen Manschettenseite die Druckspannungsbereiche zu finden. Unterdruckbereiche (Zugspannungen) finden sich vornehmlich in der gedehnten Manschettenseite. Von besonderem Interesse ist die Ausbildung der Pressungsverteilung in der Kontaktzone. In den Abbildungen 9 a) und b) sind die Stützstellen der radialen Pressungsverteilung bezüglich der axialen Position der einzelnen Kontaktknoten aufgetragen und durch gerade Kurvenzüge miteinander verbunden. Aufgrund dieser linearen Interpolation enden alle Kurvenverläufe am rechten Rand in einem gemeinsamen Punkt. Das Lippenende befindet sich bei 134,5 mm. Während Abbildung 8 a) Simulationen ohne Berücksichtigung der Zug-Druck-Asymmetrie zugrunde liegen, sind in Abbildung 8 b) numerische Ergebnisse für asymmetrisches Zug-Druck-Verhalten dargestellt.

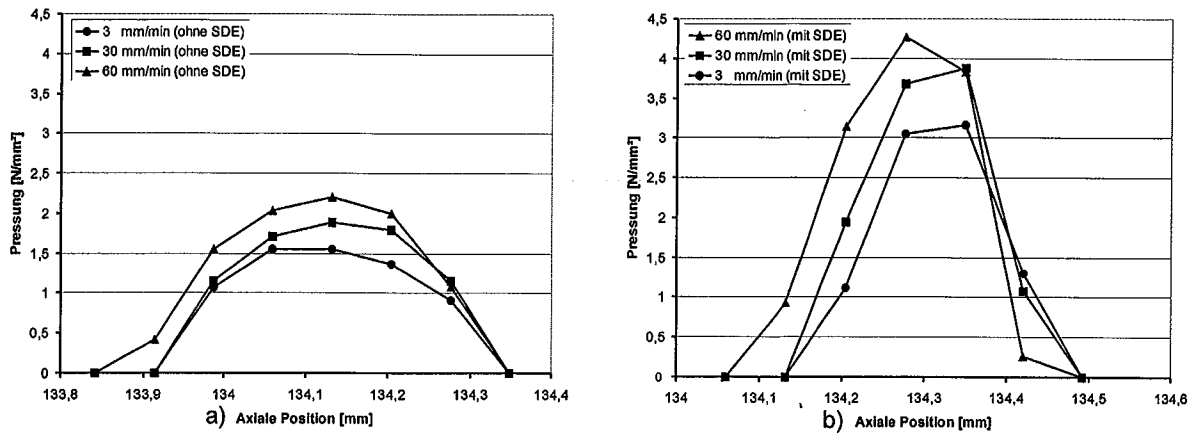


Abbildung 9: FE-Simulation - Pressungsverteilung der montierten Manschettendichtung

Beide Abbildungen verdeutlichen, dass das Pressungsmaximum mit steigender Montagegeschwindigkeit zunimmt. Die Berechnungsergebnisse dokumentieren weiterhin eine Verbreiterung der Kontaktzone bei zunehmender Montagegeschwindigkeit.

Die Unterschiede treten vor allem in den Zahlenwerten der Pressungsmaxima zu Tage. Diese verdoppeln sich bei Berücksichtigung der Zug-Druck-Asymmetrie, wenn man die zu gleichen Montagegeschwindigkeiten gehörenden Werte miteinander vergleicht.

Die Integration der Pressung über den Wellenumfang ergibt die Radialkraft, siehe Pohl (1999). Diese ist messtechnisch zugänglich und erlaubt den Vergleich von Simulation und Experiment. In Abbildung 10 sind die Zeitverläufe experimentell ermittelter Radialkraftkurven zusammen mit den Ergebnissen numerischer Simulationen dargestellt. In den Berechnungen wird der Radialkraftabfall während der Lagerung der Manschette auf der Welle im Anschluss an eine Montage mit einer Vorschubgeschwindigkeit von 60 mm/min ermittelt.

Die numerischen Ergebnisse liegen im Bereich der experimentellen Streubreiten und verdeutlichen, dass eine Berechnung ohne Berücksichtigung der Zug-Druck-Asymmetrie für glasfasergefüllte Werkstoffe nicht erfolgreich sein kann.

Die Abbildungen 11 a) - c) zeigen die Ergebnisse numerischer Analysen zum Einfluß der Montagegeschwindigkeit auf die initiale Radialkraft glasfasergefüllter PTFE-Manschettendichtungen. Wie zu erwarten steigt aufgrund des geschwindigkeitsabhängigen Materialverhaltens die initiale Radialkraft mit zunehmender Montagegeschwindigkeit.

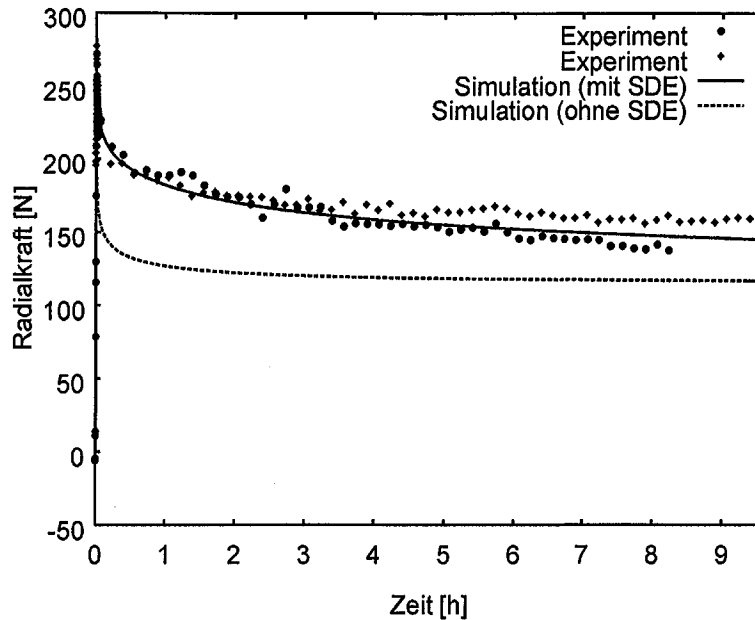


Abbildung 10: FE-Simulation - Radialkraftabfall

Alle Abbildungen dokumentieren einen Radialkraftabfall, der unmittelbar nach erfolgter Montage einsetzt. Im Unterschied zu früheren Berechnungsabläufen ist kein Neustart der Simulation erforderlich, da das verwendete Materialmodell sowohl die Geschwindigkeitsabhängigkeit während der Belastung, als auch das Spannungsrelaxationsverhalten im dehnungsbehinderten Zustand wiedergibt.

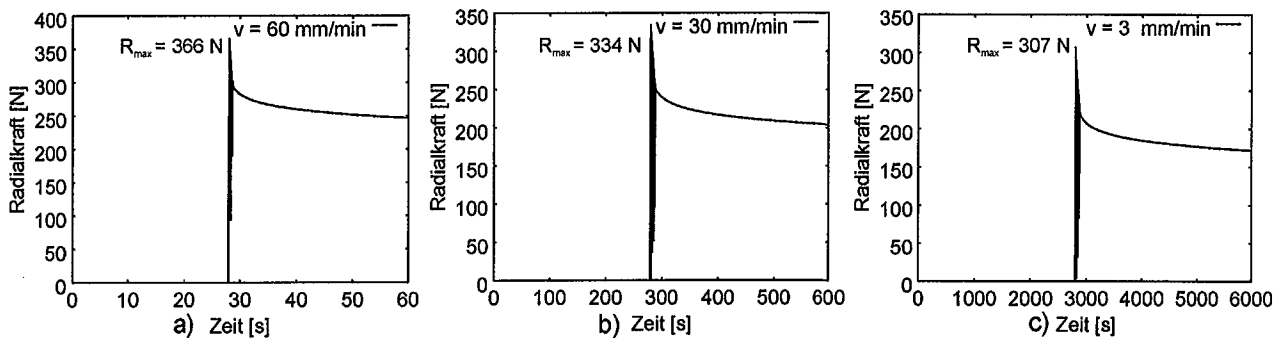


Abbildung 11: FE-Simulation - Einfluß der Montagegeschwindigkeit auf die Radialkraft

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der numerischen Untersuchung der Montage und Lagerung von PTFE-Manschettendichtungen aus glasfaserverstärktem PTFE-Compound.

Zunächst wird das viskoplastische Materialverhalten eines typischen PTFE-Compounds anhand uniaxialer Experimente im Zug- und Druckbereich analysiert. Anschließend wird das endochrone viskoplastische KBS-Modell auf die Gruppe glasfasergefüllter PTFE-Werkstoffe angewendet.

Dieses Modell erlaubt die Berücksichtigung der Geschwindigkeitsabhängigkeit im Zugversuch, der nichtlinearen Spannungsrelaxation, der bleibenden Verformung und der für glasfasergefüllte PTFE-Werkstoffe typischen Zug-Druck-Asymmetrie in einem Berechnungsschritt. Für den Zugbereich genügen hierbei sieben Modellparameter.

Die numerischen Simulationen befinden sich in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Künftige Arbeiten werden sich mit der Identifikation der Modellparameter bei unterschiedlichen Füllstoffgehalten und der Berücksichtigung unterschiedlicher Temperaturniveaus auseinandersetzen.

### **Literaturverzeichnis**

- [1] Bertram, A., 1998, An alternative approach to finite plasticity based on material isomorphisms., *Int. Journal of Plasticity*, 52, 353-374.
- [2] Garofalo, F., *Fundamentals of creep and creep-Rupture in metals*. Macmillan Series in Material, (1965).
- [3] Haupt, P., *Viskoelastizität und Plastizität*. Springer, Berlin, (1977).
- [4] Haupt, P., *Continuum Mechanics and Theory of Materials*. Springer, Berlin, (2000).
- [5] Krawietz, A., *Materialtheorie - Mathematische Beschreibung des phänomenologischen thermomechanischen Verhaltens*. Springer, Berlin, (1986).
- [6] Kletschkowski, T.; Subramanian, S., P.; Schomburg, U., Experimental investigation on the plastic memory effect of PTFE compounds, *Journal of Materials Processing & Manufacturing Science* 9 (2000), 113-130.
- [7] Kletschkowski, T.; Schomburg, U.; Bertram, A., Viskoplastische Materialmodellierung am Beispiel des Dichtungswerkstoffs Polytetrafluorethylen, *Technische Mechanik* 21 (2001), 227-241.



- [8] Kletschkowski, T.; Schomburg, U.; Bertram, A., An endochronic viscoplastic material model for filled PTFE, in: A. Khan, O. L. Pamiès (Eds.), *Plasticity, Damage and Fracture at Micro and Nano Scales*, USA, Fulton (2002<sup>1</sup>), 135-137.
- [9] Kletschkowski, T.; Schomburg, U.; Bertram, A., Endochronic viscoplastic material models for filled PTFE, *Mechanics of Materials* 34 (2002<sup>2</sup>), pp. 795-808.
- [10] Pohl, H.; *Computergestützte und experimentelle Untersuchungen von Manschetendichtungen aus glasfaserverstärktem PTFE-Compound*; Dissertation, Universität der Bundeswehr Hamburg; 1999.
- [11] Sui, H., *Beitrag zur Simulation von PTFE-Wellendichtmanschetten in Verbrennungs-Motoren*. Dissertation an der Universität der Bundeswehr Hamburg, 30. März 1999 in Hamburg.
- [12] Valanis, K.: *A Theory of viscoplasticity without a yield surface, Part I: General theory*. *Archive of Mechanics*, Vol. 23, (1971).