

MAG* für die Kombination aus Logarithmischer Dehnungshypothese und von Misesscher Fließhypothese aufgetragen. Nach der Berechnung des allgemeinen mehrachsigen Spannungszustandes im Bauteil (z. B. mit FEM) wird an jedem Ort der spannungsabhängige Mehrachsigsigkeitsgrad bestimmt. Ist der Mehrachsigsigkeitsgrad größer als der kritische, so besteht Sprödbruchgefahr, und es wird nach der *Logarithmischen Dehnungshypothese* gegen Bruch dimensioniert. Andernfalls besteht Fließgefahr und es wird nach der *Allgemeinen Gemittelten Schubspannungshypothese* die Sicherheit gegen Fließen ermittelt (Bild 9).

Literatur

- 1 MISES, R. v.: Mechanik der festen Körper im plastischen deformablen Zustand. Göttinger Nachrichten 1913.
- 2 TRESCA, M. H.: Mémoire sur l'écoulement des corps solides. Mém. présente par div. savants **18** (1868) 733–799 et **20** (1872) 169.
- 3 PAUL, B.: Macroscopic criteria for plastic flow and brittle fracture. In: LIEBOWITZ, H. (ed.): Treatise on Fracture. Vol. 2. Academic Press, New York/London 1968, pp. 313–489.
- 4 DIETMANN, H.: Spannungszustand und Festigkeitsverhalten. 1. Teil: Statische Beanspruchung. Techn.-wiss. Bericht. MPA Stuttgart 1968, Heft 68-04.
- 5 KUHN, P.: Grundzüge einer allgemeinen Festigkeitshypothese. Antrittsvorlesung Institut für Maschinenkonstruktionslehre, Universität Karlsruhe 1980.
- 6 SAUTER, J.; WINGERTER, N.: Neue und alte Festigkeitshypothesen. VDI-Fortschrittsbericht. Reihe 1, Bd. 191, Düsseldorf 1990.

Anschrift: Dipl. Ing. J. SAUTER, Prof. Dr. Ing. P. KUHN, Universität (TH) Karlsruhe, Institut für Maschinenkonstruktionslehre, Postfach 6980, W-7500 Karlsruhe, Deutschland

2.6c EXPERIMENTORIENTIERTE UNTERSUCHUNGEN

ZAMM · Z. angew. Math. Mech. **71** (1991) 4, T 387–T 390

Akademie-Verlag Berlin

BERTRAM, A.; OLSCHESKI, J.; ZELEWSKI, M.

Zur Problematik von Torsionsversuchen bei anisotropen Materialien

Ein Versuch ist für die Materialidentifikation dann geeignet, wenn durch Messung von einzelnen Verschiebungen und/oder Verdrehungen auf das gesamte Verschiebungsfeld im Probekörper geschlossen werden kann. Man ist deshalb auf Versuche angewiesen, die, wenn nicht homogen, so doch mindestens starke Symmetrien aufweisen. Da die Torsion von hohlen oder vollen Kreiszyklindern bei isotropen Materialien rotationssymmetrische Verschiebungsfelder erwarten läßt, solange nur die Lasten diese Symmetrie besitzen, kommt ihr eine wichtige Bedeutung für die Materialidentifikation zu.

Gänzlich anders ist die Situation im anisotropen Falle, wenn das Material nicht rotationssymmetrisch zur Zylinderachse ist. Hier muß mit einem Verschiebungsfeld gerechnet werden, das diese Symmetrie nicht mehr aufweist. Es soll im weiteren gezeigt werden, daß nur für spezielle Materialien in Kombination mit speziellen Orientierungen Torsionsversuche nützlich sein können.

Dazu führen wir die Verschiebungen bezüglich eines zylindrischen Systems u_r (radial), u_φ (tangential) und u_z (axial) ein. Im isotropen Fall ist u_φ nur von der z -Koordinate abhängig, und zwar linear, so daß $\partial u_\varphi / \partial z$ die konstante Drillung darstellt, die durch eine einzige Messung bestimmt werden kann. Eine Verwölbung tritt bei geeigneten Einspannungen nicht auf. Und bei kleinen Verformungen kann mit Konturerhaltung ($u_r = 0$) gerechnet werden, so daß mit einer einzigen Messung das ganze Verschiebungsfeld determiniert werden kann.

Betrachten wir im weiteren kubisch-anisotrope Materialien, die eine besonders einfache Anisotropie darstellen.

1. Elastizität

Für kubisch elastische Materialien gibt es eine allgemeine analytische Lösung des Torsionsproblems von Vollkreiszyklindern (s. [1], [2]). Diese zeigt, daß im allgemeinen alle drei Verschiebungen mit dem Umfangswinkel φ variieren (s. Bilder 1, 2, 3). Lediglich für spezielle Orientierungen wie $[0 \ 0 \ 1]$ und $[0 \ 1 \ 1]$ ist u_φ von φ unabhängig.

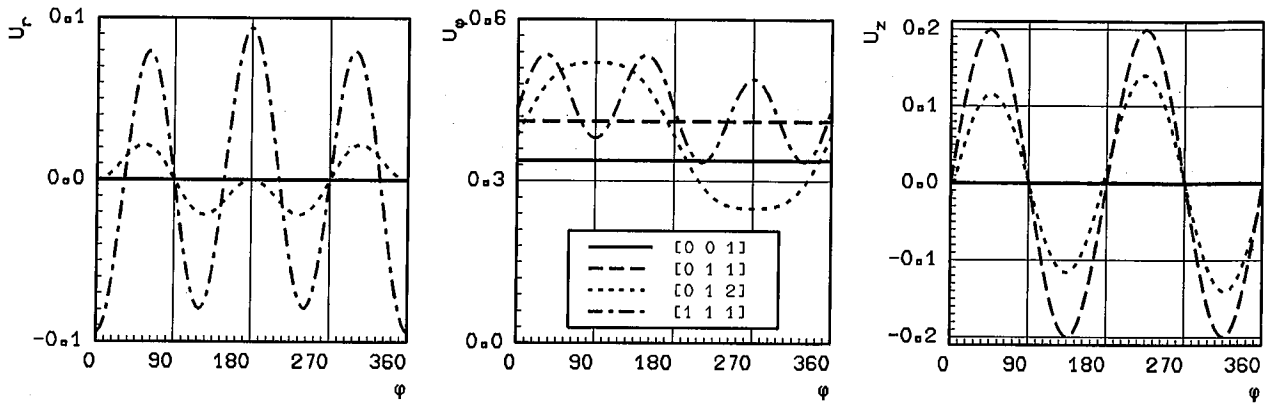


Bild 1–3. Radiale Verschiebung u_r , tangentielle u_φ , axiale u_z in Abhängigkeit vom Umlaufwinkel φ für elastische Torsion

Berechnet man allerdings die *relative* Tangentialverschiebung $u_\varphi(r, \varphi, z_1) - u_\varphi(r, \varphi, z_2)$ zweier Punkte auf derselben Mantellinie, so ist diese für alle Orientierungen unabhängig von φ . Dank dieser Tatsache können im elastischen Fall Torsionsversuche zur Materialidentifikation herangezogen werden.

Zu einem analogen Ergebnis gelangt man bei linear visko-elastischen Materialmodellen, wie sie zur Beschreibung von Kriechversuchen (s. [4]) und LCF-Versuchen benutzt werden (s. Bild 4).

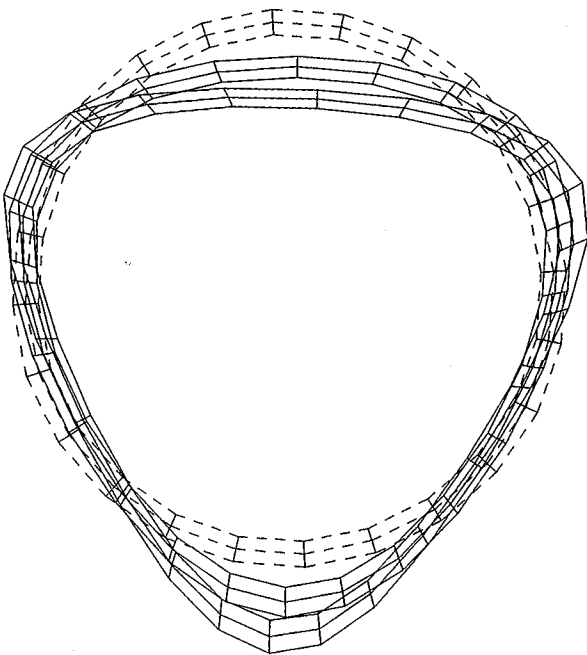


Bild 4. Kontur des Torsionszylinders in der unverformten (gestrichelt) und zwei verformten Konfigurationen in [1 1 1]-Orientierung.

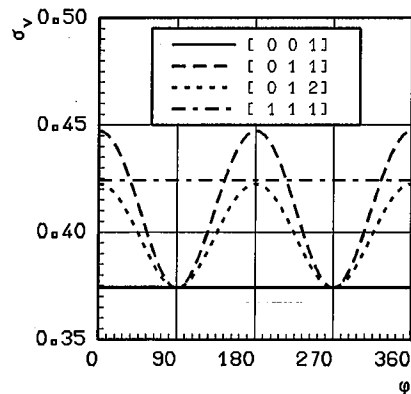


Bild 5. Vergleichsspannung σ_v nach Hill über dem Umlaufwinkel φ für verschiedene Orientierungen

2. Plastizität

Um zu Aussagen über die Eignung von Torsionsversuchen bei plastischen Deformationen zu gelangen, wurde zunächst untersucht, an welchen Stellen des Querschnitts von dünnwandigen Hohlzylinderproben die Fließgrenze als erstes erreicht wird. Um dies anschaulich darzustellen, wurden die zugehörigen Vergleichsspannungen infolge einer FEM-Rechnung im elastischen Bereich als Höhenlinien auf dem Querschnitt dargestellt. Nur wenn diese rotationssymmetrisch sind, wird der Fließbeginn unabhängig von der Umfangskoordinate φ sein. Ist dies nicht der Fall, dann erübrigt sich das Studium des weiteren Fließverhaltens, da es in keinem Falle mehr rotationssymmetrisch sein kann.

In der Literatur sind im wesentlichen zwei Vorschläge für Fließbedingungen vorhanden, die hier nacheinander benutzt werden sollen.

2.1 Fließgrenze von HILL

HILL [4] hat eine quadratische Form $\sigma_v(\mathbf{T}) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{T}$ vorgeschlagen (s. a. [5] bis [9]), wobei \mathbf{C} eine Materialtetrade ist, die ähnlich der elastischen Nachgiebigkeitstetrade die Anisotropie des Materials wiedergibt. Im betrachteten kubischen Falle wird \mathbf{C} durch drei Parameter, im druckunabhängigen bereits durch zwei Parameter vollständig bestimmt. Bei spezieller Wahl dieser Parameter ist die isotrope von Misessche Fließbedingung enthalten.

Zur konkreten Berechnung dieser Vergleichsspannung wird zunächst der Spannungstensor vom Laborsystem in das Kristallachsensystem transformiert, bezüglich dessen \mathbf{C} eine besonders einfache Form besitzt, in der die obige quadratische Form leicht bestimmt werden kann.

Unsere Berechnungen zeigen (s. Bild 5), daß für spezielle Orientierungen wie $[0\ 0\ 1]$ und $[1\ 1\ 1]$ σ_v von φ unabhängig ist. Im allgemeinen Fall jedoch liegt eine starke Inhomogenität der Hillschen Vergleichsspannung vor.

2.2 Fließgrenze von SCHMID

Die Schmid'sche Theorie der Kristallgleitungen (s. [10]) geht von kristallographischen Gleitsystemen aus, die jeweils durch eine Gleitebene (Normale \mathbf{n}_i) und eine Gleitrichtung (Einheitsvektor \mathbf{m}_i) konstituiert werden. Im kubischen Falle werden primär die zwölf oktaedrischen und die sechs kubischen Gleitsysteme aktiviert.

Die Schmid'sche Vergleichsspannung (Schmid-Faktor) ist definiert als die absolut größte in den Gleitsystemen auftretende Schubspannung, die bei Erreichen des kritischen Schmid-Faktors das Gleitsystem aktiviert. Man berechnet sie als Projektion des Spannungstensors zu $\tau_v(\mathbf{T}) = \max \text{sp} \{ \mathbf{T}(\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{m}_i) \}$.

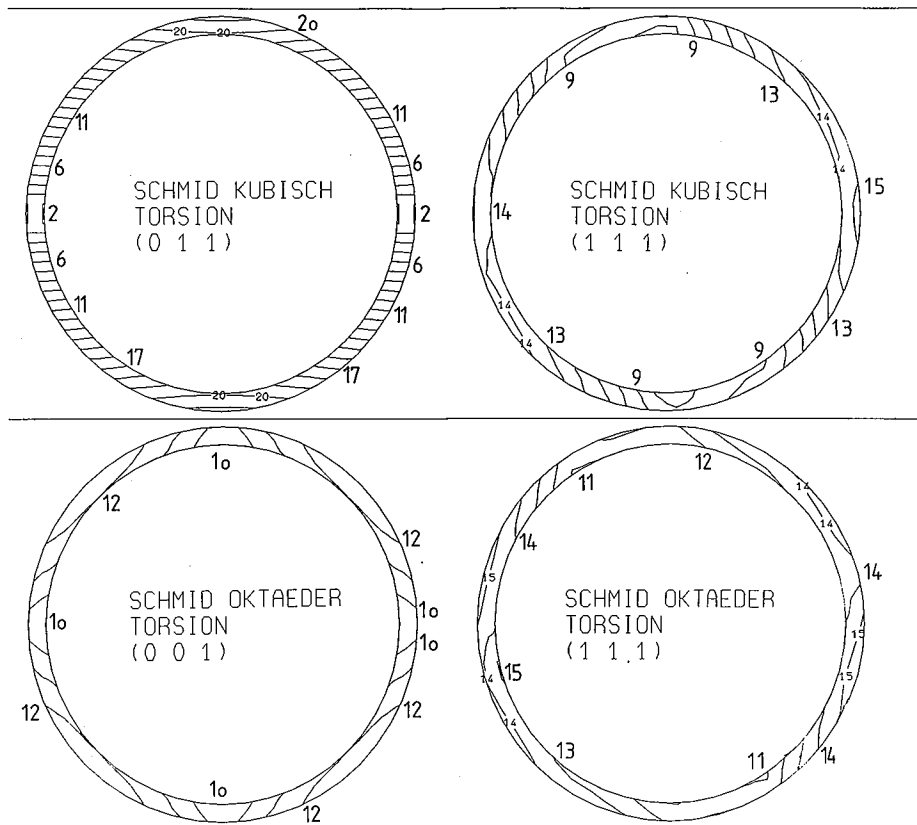


Bild 6–9. Isoliniendarstellung der Vergleichsspannung nach Schmid für zwei kubische und zwei oktaedrische Gleitsystemklassen

Die kritischen Schmid-Faktoren sind Materialkonstanten, die für alle kubischen einerseits und alle Oktaeder-Gleitsysteme andererseits konstant sind. Da das Verhältnis dieser beiden Schmid-Faktoren zueinander folglich materialabhängig ist, wurden die folgenden Untersuchungen für beide Klassen von Gleitsystemen getrennt vorgenommen, obwohl in der Praxis beide Arten auch gleichzeitig aktiviert werden können.

Dabei ergeben sich für alle untersuchten Orientierungen starke Inhomogenitäten im Querschnitt (s. Bilder 6 bis 9). Man stellt außerdem fest, daß die Maxima in unterschiedlichen Gleitsystemen auftreten können, so daß die Gleitrichtungen auf dem Querschnitt Sprünge aufweisen.

Zusammenfassung

Bei anisotropen Materialien sind Torsionsversuche nur sehr begrenzt zur Materialidentifikation geeignet. Bei linear-elastischen und -viskoelastischen Materialien sind die tangentialen Relativverschiebungen zur Bestimmung der Drillung allgemein geeignet, während nur für bestimmte Orientierungen um den Umfang konstante Tangentialverschiebungen vorliegen. Bei plastischen Materialien ist nur bei speziellen Modellen in wenigen Orientierungen damit zu rechnen, daß die Fließgrenze auf allen Sektoren des Querschnitts simultan erreicht wird. Bei manchen Fließgrenzen ist dieser Spezialfall nie gegeben. Damit scheidet Torsionsversuche zur Bestimmung des plastischen Materialverhaltens anisotroper Materialien im allgemeinen aus.

Diese Arbeit wurde durch das BMFT im Rahmen des Programms „Materialforschung“ unter 03 M3005 C4 gefördert.

Literatur

- 1 VOIGT, W.: Lehrbuch der Kristallphysik. Teuber, Leipzig/Berlin 1910.
- 2 OLSCHESKI, J.: Das elastische Materialverhalten kubisch einkristalliner Körper. BAM-1.01 (1988).
- 3 BERTRAM, A.; OLSCHESKI, J.; ZELEWSKI, M.: Constitutive modeling of primary and secondary creep of single crystals at high temperatures. In: EXNER, H. E.; SCHUHMACHER, V. (eds.): Advances in Materials and Processes. Vol. 1. Informationsgesellschaft Verlag, Oberursel 1990.
- 4 HILL, R.: A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proc. Royal Soc. London, A **193** (1948).
- 5 V. MISES, R.: Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen. ZAMM **8** (1928), 161–185.
- 6 OLSZAK, W.; URBANOWSKI, W.: The plastic potential and the generalized distortion energy in the theory of non homogeneous anisotropic elastic-plastic bodies. Arch. Mech. Stos. **8** (1956), 671–694.
- 7 BETTEN, J.: Plastische Anisotropie und Bauschinger-Effekt: Allgemeine Formulierung und Vergleich mit experimentell ermittelten Fließortkurven. Acta Mech. **25** (1976), 79–94.
- 8 REES, D. W. A.: Yield functions that account for the effects of initial and subsequent plastic anisotropy. Acta Mech. **43** (1982), 223–241.
- 9 SHINDO, A.; MIMURA, K.: On the formulation of a constitutive equation using a modified 4th-rank anisotropic moduli tensor. In: KHAN, A. S.; TOKUDA, M. (ed.): Advances in plasticity 1989. Pergamon Press, Oxford 1989, pp. 107–110.
- 10 SCHMID, E.; BOAS, W.: Kristallplastizität. Berlin, Springer 1935, 115ff.

Anschrift: Dr.-Ing. ALBRECHT BERTRAM; J. OLSCHESKI; M. ZELEWSKI, Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), Referat 1.01, Unter den Eichen 87, W-1000 Berlin 45, Deutschland