

# Modellierung des Kriechverhaltens und des Versagens von einkristallinen Superlegierungen

A. Bertram, P.D. Portella und C. Herzog

BAM, Berlin

## 1. Einleitung

Turbinenschaufeln aus einkristallinen Nickelbasis-Superlegierungen werden seit dem Anfang der 80er Jahre in Flugtriebwerken eingesetzt. Der Einsatz dieser Werkstoffe in stationären Gasturbinen steht unmittelbar bevor. Aufgrund ihrer Anisotropie müssen dreidimensionale Werkstoffmodelle entwickelt werden. Auf der anderen Seite können bei diesen Werkstoffen infolge ihres relativ einfachen Gefügebauaufbaus deutlichere Zusammenhänge zwischen dem Werkstoffverhalten und den verformungsbedingten Gefügeänderungen abgeleitet werden.

In dieser Arbeit werden Ergebnisse zum Kriech- und Schädigungsverhalten der einkristallinen Nickelbasis-Superlegierung SRR99 vorgestellt. Dazu wurden einerseits die Gefügeentwicklung und der mikromechanische Entstehungsprozeß von möglichen Versagensmechanismen untersucht, andererseits mathematische Modelle entwickelt, die die zeitliche Entwicklung der Kriechdehnung in Abhängigkeit der aufgetragenen Last bei bestimmten Temperaturen bis zum Versagenszeitpunkt hin beschreiben. Durch Integration des Differentialgleichungssystems dieses Modells lassen sich einfache Formeln ableiten, die eine schnelle Bestimmung der Lebensdauer der Probe unter monotonen Kriechbeanspruchung ermöglichen. Ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung.

## 2. Kriechverhalten der Legierung SRR99

Das Verhalten von SRR99-Proben mit [001]-naher Orientierung unter konstanter Last im Temperaturbereich von 760°C bis 980°C wurde bereits an anderen Stellen diskutiert /1/. Im mittleren Temperaturbereich (um 760°C) tritt unmittelbar nach der Belastung eine kurze Entfestigungsphase auf; anschließend verfestigt sich der Werkstoff und, nach einem lokalen Minimum der Kriechdehngeschwindigkeit, entfestigt er sich kontinuierlich. Bei den höheren Temperaturen tritt unmittelbar nach der Belastung eine starke Entfestigung auf. Nach einem ausgeprägten Minimum der Kriechdehngeschwindigkeit setzt eine kontinuierliche Entfestigung ein.

Das  $\gamma/\gamma'$ -Gefüge zeigt nach Kriechbeanspruchung bei 760°C geringfügige Änderungen. Bei höheren Temperaturen dagegen ergeben sich bereits nach kleinen Verformungen deutliche Gefügeänderungen. Aus den anfangs würfelförmigen  $\gamma'$ -Teilchen entstehen  $\gamma'$ -Platten, die alternierend mit  $\gamma$ -Platten senkrecht zur Spannungsachse liegen, s. Abb. 1. Bei zunehmender Kriechdehnung nimmt die spezifische  $\gamma/\gamma'$ -Grenzfläche wieder zu /2/.

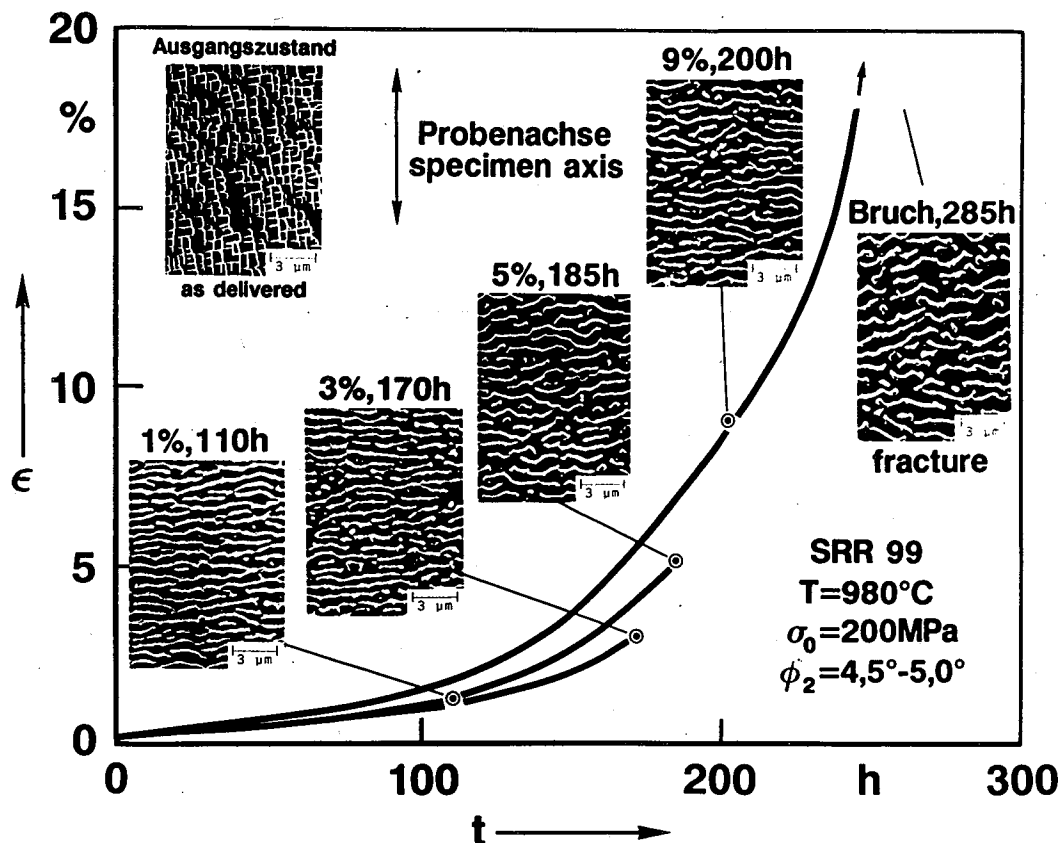


Abb. 1.  $\gamma/\gamma'$ -Gefügeentwicklung unter Kriechbeanspruchung bei  $980^\circ\text{C}$

Eine weitere Änderung des Gefüges trägt zum Versagen wesentlich bei. Durch zunehmende Kriechdehnung verändert sich die Form der Gußporen, die eine in Verformungsrichtung gestreckte Gestalt annehmen. Nach einem hohen Dehnungsgrad entstehen an der Porenfläche Kriechrisse, die in  $[[110]]$ -Richtungen wachsen und zum Versagen der Probe führen /3/. Es wird hier im voraus vermerkt, daß die Risse erst viel später nach dem Zeitpunkt auftreten, bei dem die Einführung des Schädigungsterms in der Werkstoffmodellierung erforderlich wird (s. unten).

### 3. Modellierung des primären und sekundären Kriechens

Es wurde bereits an anderer Stelle /4-6/ gezeigt, daß sich das monotone Kriechverhalten genannter Materialklasse im Hochtemperaturbereich bei einem festen Lasthorizont mittels eines 4-Parameter-Modells mit zwei Steifigkeiten ( $C, K$ ) und zwei Zähigkeiten ( $D, L$ ) hinreichend genau beschreiben läßt. Die Differentialgleichung des Systems ist

$$\dot{\sigma} + \left( \frac{C}{D} + \frac{C}{L} + \frac{K}{L} \right) \sigma + \frac{CK}{DL} \sigma = (C+K) \dot{\epsilon} + \frac{CK}{D} \dot{\epsilon} \quad (1)$$

Eine dreidimensionale kubisch-anisotrope Verallgemeinerung dieses Modells wurde in /4/ und /5/ angegeben, eine allgemeine Methode für derartige anisotrope Verallgemeinerungen in /7/.

Für die numerische Integration von (1) benutzt man nach Einführung einer inneren Variablen (der Dimension Spannung) gemäß

$$\tau := K \int_0^t \left( \dot{\varepsilon}(s) - \frac{\sigma(s)}{L} \right) ds \quad (2)$$

eine zu (1) äquivalente Form zweier Differentialgleichungen erster Ordnung

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{C+K} \left[ \dot{\sigma}(t) + \left( \frac{C}{D} + \frac{C}{L} + \frac{K}{L} \right) \sigma(t) - \frac{C}{D} \tau(t) \right] \quad (3)$$

und

$$\dot{\tau}(t) = \frac{K}{C+K} \left[ \dot{\sigma}(t) + \frac{C}{D} \left( \sigma(t) - \tau(t) \right) \right] . \quad (4)$$

Die beiden linearen Entwicklungsgleichungen können mittels Runge-Kutta-Verfahren für gegebene Anfangsbedingungen und Last- oder Dehnungspfade aufintegriert werden.

Für den hier betrachteten Fall konstanter Spannung bei schlagartiger Lastaufbringung gelingt dies analytisch. Man erhält die Lösung

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{L} t + \frac{D(C+K)}{CK} \left[ \exp\left(-\frac{CK}{(C+K)D} t\right) - 1 \right] \left[ \frac{\sigma_0}{L} - \dot{\varepsilon}_0 \right] + \varepsilon_0$$

mit

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{C+K}$$

und

$$\dot{\varepsilon}_0 = \left[ \frac{1}{L} + \left( \frac{C}{C+K} \right)^2 \frac{1}{D} \right] \sigma_0 . \quad (5)$$

Sie strebt bei fortschreitender Zeit  $t$  gegen die Asymptote linearen Kriechens (durch  $L$  bestimmt).

#### 4. Modellierung des tertiären Kriechverhaltens

Die Kriechversuche mit SRR99-Proben (vgl. Abb. 1) zeigen aber, daß der Bereich stationären Kriechens schon bald in einen überlinearen Bereich übergeht, der als "tertiär" bezeichnet wird und nicht mit einer linearen Differentialgleichung modelliert werden kann.

Die physikalischen Ursachen für das tertiäre Kriechverhalten der Legierung SRR99 sind nicht, wie bereits diskutiert /2/, durch einen einzigen Werkstoff-Mechanismus allein wie beispielsweise Poren- oder Rißwachstum auf der Mikroebene zu erklären. Es ist vielmehr eine Vielzahl unterschiedlicher und in komplizierter Weise interagierender Phänomene vorhanden, die gemeinsam das bewirken, was wir im weiteren pauschal unter

dem Begriff "Schädigung" zusammenfassen wollen. Ashby und Dyson /8/ zählen in einem Übersichtsartikel acht solcher Mechanismen auf, mit der Vermutung, daß die Liste noch unvollständig ist (s. auch /9/).

Trotz dieser Vielfalt der Schädigungsmechanismen gelingt es, mit einfachen Ansätzen das tertiäre Kriechen bis unmittelbar vor dem vollständigen Versagenszeitpunkt erstaunlich genau zu beschreiben. Wir benutzen dabei die nun schon klassische Vorstellung von Kachanov und Rabotnov /10-11/, nach der nicht mehr der gesamte aktuelle Querschnitt  $F_A$  der Probe die Last aufnimmt, sondern nur noch ein Teil dessen, der als effektiver Querschnitt  $F_E$  bezeichnet wird. Der Zusammenhang wird durch einen skalaren Schädigungsparameter  $\delta$  gegeben

$$\frac{F_E}{F_A} = 1 - \delta, \quad 0 \leq \delta < 1 \quad . \quad (6)$$

In Analogie zu den obigen Entwicklungsgleichungen (3) und (4) setzen wir an

$$\dot{\delta} = C_1 \sigma + C_2 \dot{\sigma} + C_3 \tau + C_4 \delta \quad , \quad (7)$$

wobei noch beachtet werden muß, daß im Tertiärbereich die Dehnungen so groß werden können, daß zwischen der Nominalspannung

$$\sigma_0 = P/F_0 \quad , \quad (8)$$

der wahren Spannung

$$\sigma_A = P/F_A \quad (9)$$

und der effektiven Spannung

$$\sigma_E = P/F_E \quad (10)$$

unterschieden werden muß, wobei P die resultierende Kraft ist.

Üblicherweise wird angenommen, daß die inelastischen Dehnungen isochor erfolgen und die elastischen Volumenänderungen vernachlässigt werden können. Dies führt auf den Zusammenhang

$$d\varepsilon = - (1+\varepsilon) dF_A/F_A \quad . \quad (11)$$

Die differentiellen Zuwächse der effektiven Spannungen ergeben sich damit und in Verbindung mit (6) und (8-10) gemäß

$$d\sigma_E = \frac{1+\varepsilon}{1-\delta} d\sigma_0 + \sigma_0 \left[ \frac{d\varepsilon}{1-\delta} + \frac{1+\varepsilon}{(1-\delta)^2} d\delta \right] \quad (12)$$

aus drei Quellen:

- 1.) aus einer Lasterhöhung  $d\sigma_0$ , die allerdings bei monotonem Kriechen nur am Anfang auftritt;
- 2.) aus einer Reduktion des aktuellen Querschnitts  $F_A$  infolge (isochorer) Längsdehnungszuwächse  $d\varepsilon$ ; und
- 3.) aus der Reduktion des effektiven Querschnitts infolge Schädigungszuwachs  $d\delta$ .

Im Falle einer geometrischen Linearisierung wird nicht zwischen  $F_0$  und  $F_A$  unterschieden, womit der Anteil aus 2.) vernachlässigt wird.

Anpassungen an die experimentellen Ergebnisse haben ergeben, daß bei 760°C der reduzierte Ansatz von (7)

$$\dot{\delta} = C_1 \sigma_E \quad (13)$$

ausreichend ist, während bei höheren Temperaturen bis 1000°C der Ansatz

$$\dot{\delta} = C_1 \sigma_0 + C_2 \delta \quad (14)$$

befriedigende Ergebnisse liefert.

Die Einzelanpassungen in Abb. 2 zeigen, daß die obigen Ansätze in der Lage sind, für einen breiten Lastbereich die experimentellen (Symbole) und gerechneten Werte (Kurven) in Übereinstimmung zu bringen.

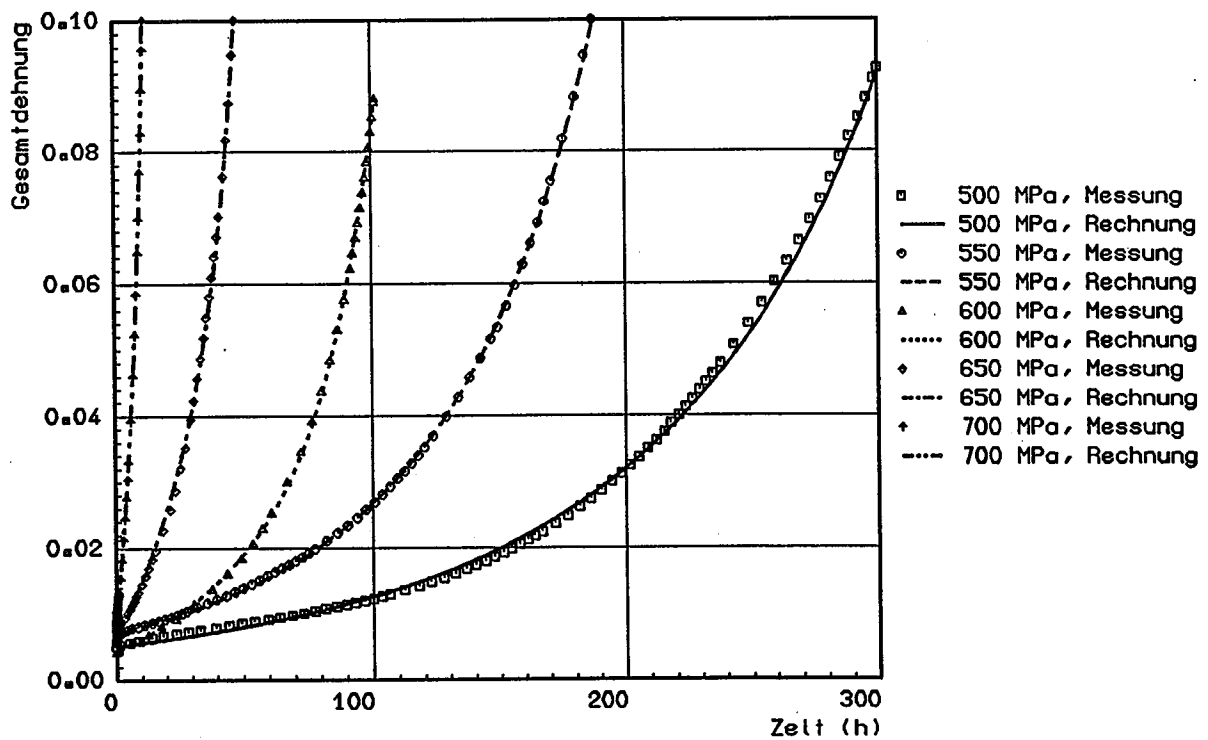


Abb. 2. Einzelanpassungen der Kriechversuche bei 850°C

## 5. Gesamtanpassungen

Bei Einzelanpassungen wird jede Kurve mit einem individuellen Parametersatz beschrieben. Man ist nun aber bestrebt, alle Lasthorizonte mit einer einzigen Stoffgleichung zu beschreiben, was infolge der stark nicht-linearen Lastabhängigkeit mit obigen Ansätzen allein nicht gelingt. Man stellt jedoch folgendes fest: die Nichtlinearität kann im untersuchten Lastintervall hinreichend genau beschrieben werden, wenn man die Zähigkeiten als abhängig von der Ausgangsspannung annimmt. Es wurde dafür der einfache Ansatz gemacht, beide in dem Modell auftretenden Viskositätskoeffizienten  $D$  und  $L$  mit demselben Faktor

$$f(\sigma_0) = K_1 \sigma_0 + K_2 \quad (15)$$

zu multiplizieren. Die auftretenden Konstanten  $K_i$  sind als Materialkonstanten zu betrachten. Man beachte dabei, daß  $f$  während eines monotonen Kriechversuches konstant ist. Bei anderen Belastungsarten muß man  $f$  nach jedem Lastwechsel aktualisieren. Dabei werden die Konstanten  $K_i$  so gewählt, daß die Viskositäten mit der Spannung abnehmen, während  $f$  aber im betrachteten Lastbereich grundsätzlich positiv sein muß. Das führt auf  $K_1 < 0$  und  $K_2 > 0$ .

Die Gesamtanpassungen in Abb. 3 wurden mit dem folgenden Parametersatz durchgeführt:

| C     | K     | D     | L       | $C_1$     | $C_2$    | $K_1$  | $K_2$ |
|-------|-------|-------|---------|-----------|----------|--------|-------|
| GPa   | GPa   | GPa·h | GPa·h   | 1/(GPa·h) | 1/h      | 1/GPa  | -     |
| 21.25 | 70.49 | 34.78 | 216700. | 0.02052   | -.008994 | -8.353 | 5.974 |

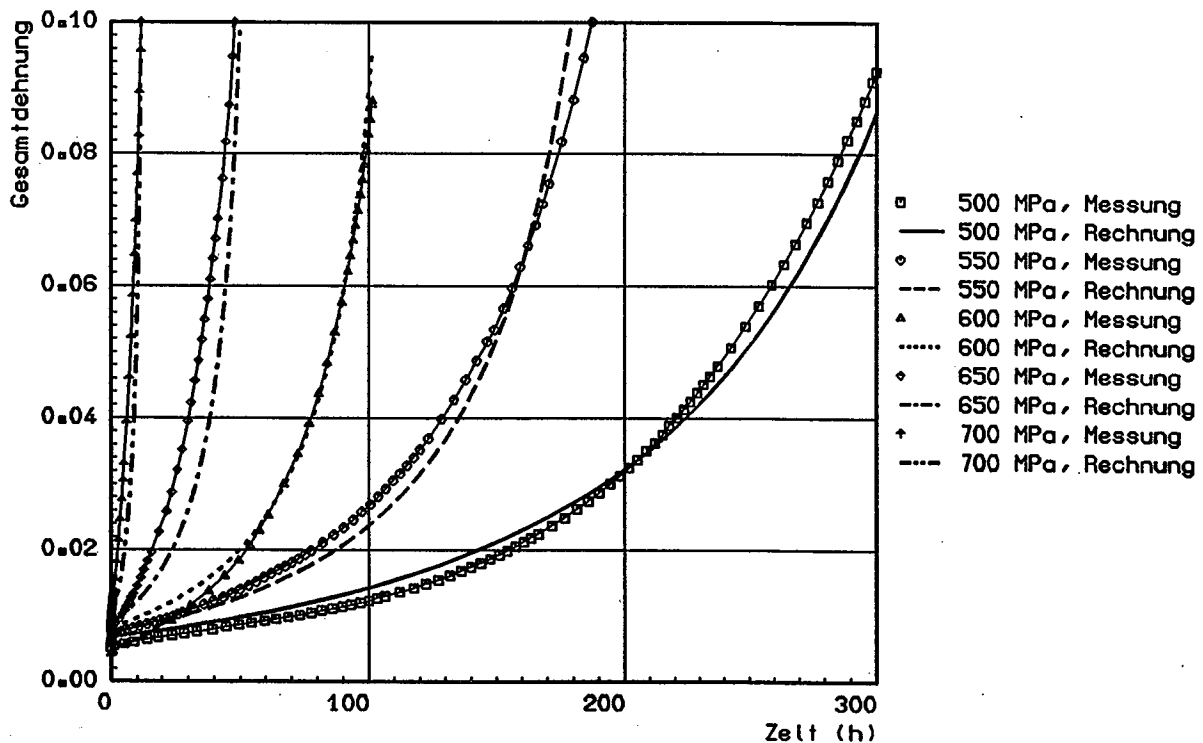


Abb. 3. Gesamtanpassung der Kriechversuche bei 850°C

## 6. Lebensdauerberechnungen

Neben dem Verlauf der Kriechkurven interessieren sich die Ausleger von Hochtemperatur-Strukturelementen aber auch für diejenige Zeitdauer, nach der die Probe unter konstanter Last voraussichtlich zu Bruch geht. Es sollen deshalb im folgenden Formeln für die Kriechlebensdauer abgeleitet werden, die ihre schnelle und unkomplizierte Ermittlung ermöglichen.

Die prinzipielle Vorgehensweise ist dabei folgende: Man integriert die wesentlichen Anteile der Differentialgleichungen analytisch auf und bestimmt diejenige Zeit  $t_B$ , für die die Kriechdehnung bzw. deren Rate über alle Grenzen wächst. Da die Entwicklungsgleichungen in den beiden betrachteten Temperaturbereichen unterschiedlich sind, muß die Integration für beide Bereiche separat durchgeführt werden. In beiden Fällen vereinfachen wir die Gleichung (1) auf

$$\sigma_E = L \dot{\varepsilon} \quad , \quad (16)$$

weil lediglich dieser sekundäre Kriechterm wesentlichen Einfluß auf die Kriechlebensdauer hat. In Verbindung mit den Gleichungen (12) und (13) erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{\dot{\delta} \cdot (1-\delta)^2}{\dot{\delta}} = \sigma_0 C_1 \left[ \frac{1-\delta}{C_1 L} + (1+\varepsilon) \right] \quad , \quad (17)$$

die folgende Lösung besitzt /12/:

$$\begin{aligned} t &= \frac{-\delta}{K_2} + \frac{K_1}{K_2^2} \ln \left[ \frac{K_2(1-\delta) - K_1}{K_2 - K_1} \right] \\ &= \frac{1}{\sigma_0 C_1 K_4} \left[ -\delta + \left( 1 + \frac{1}{K_4} \right) \ln (1 + \delta K_4) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

mit

$$K_4 = \varepsilon_0 + \frac{1}{C_1 L} \quad ,$$

die alle Anfangsbedingungen erfüllt. Als Grenzwert für  $\delta \rightarrow 1$  erhalten wir die Singularität

$$t_{Bn1} = \frac{1}{\sigma_0 C_1 K_4} \left[ \left( 1 + \frac{1}{K_4} \right) \ln (1 + K_4) - 1 \right] \quad . \quad (19)$$

Entwickelt man die Logarithmus-Funktion in eine Potenzreihe, so erhält man als deren erstes Glied den vereinfachten Ausdruck

$$t_{B1} = \frac{1}{2 \sigma_0 C_1} \quad . \quad (20)$$

Berücksichtigt man nun noch die Lastabhängigkeit der Viskosi-

täten, so ergibt sich, daß die Ausdrücke (19) und (20) noch mit dem Faktor  $f(\sigma_0)$  multipliziert werden müssen.

In /12/ wurden die Auswertungen von (19) und (20) den experimentellen Ergebnissen gegenübergestellt. Somit erlaubt Gleichung (20) eine schnelle und hinreichende genaue Bestimmung der Kriechenlebensdauer mittels nur drei Materialkonstanten.

Bei höheren Temperaturen müssen wir nun statt (13) die Gleichung (14) benutzen. Anpassungen haben ergeben, daß  $C_1 > 0$  und  $C_2 < 0$  sind. Dies führt auf die Differentialgleichung

$$\dot{\sigma}_E = A\sigma_E^2 + B\sigma_E \quad (21)$$

mit

$$A := C_1 + C_2/\sigma_0 > 0$$

und

$$B := -C_2 > 0 .$$

Deren speziellen Lösung ist

$$\begin{aligned} \varepsilon - \varepsilon_0 &= -\frac{1}{LA} \ln (A + B/\sigma_0 - Ae^{Bt}) \Big|_{t=0}^t \\ &= -\frac{1}{L(C_1 + C_2/\sigma_0)} \ln \left[ 1 + (\sigma_0 C_1/B - 1)(1 - e^{Bt}) \right] . \end{aligned} \quad (22)$$

Der Versagenszeitpunkt ist dadurch charakterisiert, daß die Dehnung über alle Grenzen wächst. Dies geschieht zum Zeitpunkt

$$t_{B1} = \frac{1}{C_2} \ln \left( 1 + \frac{C_2}{\sigma_0 C_1} \right) , \quad (23)$$

der wiederum noch mit dem Faktor  $f(\sigma_0)$  multipliziert werden muß. In Abb. 4 wurden diese Bestimmungen mit den experimentellen Befunden verglichen und eine gute Übereinstimmung festgestellt.

## 7. Zusammenfassung

Nach einer kurzen Darstellung des Kriechverhaltens der Legierung SRR99 wurde ein Modell vorgestellt, das für diesen Werkstoff und die speziellen Versuchsbedingungen befriedigende Ergebnisse liefert.

Für die Integration wurde die Annahme gemacht, den Einfluß von  $C$ ,  $K$ , und  $D$  gegenüber demjenigen von  $L$  zu vernachlässigen, was den Typ der Differentialgleichung erheblich vereinfacht. Numerische Untersuchungen haben ergeben, daß ihr Einfluß auf die Kriechdehnungskurve nicht zu vernachlässigen ist, weil er von derselben Größenordnung ist wie derjenige von  $L$ . Allein für die Ermittlung der Dehnungssingularität ist diese Vernachlässigung voll gerechtfertigt, wie sich gezeigt hat. Der Unterschied zwischen der geometrisch linearen und nicht-linearen Untersuchung liegt dabei unter 4 % und damit im Streubereich



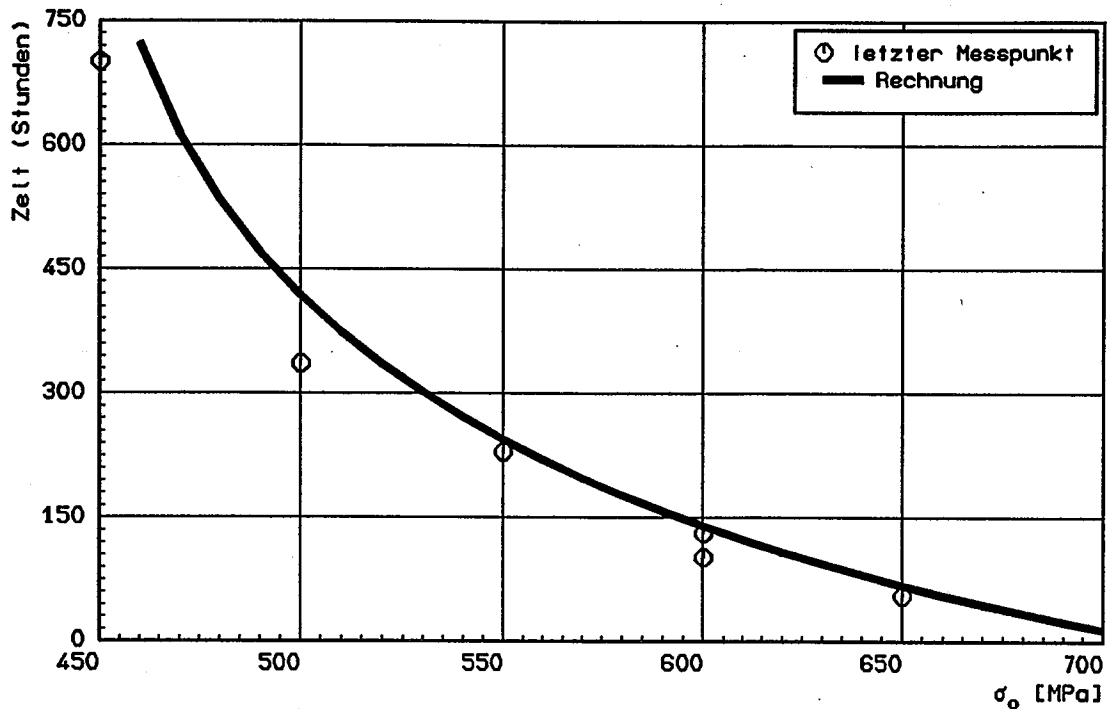


Abb. 4. Kriechlebensdauer bei 850°C.

der Versuche. Das rechtfertigt die Verwendung der Formeln (20) und (23), was den Vorteil hat, daß man die Materialkonstanten  $C$ ,  $K$ ,  $D$ , und  $L$  nicht ermitteln muß.

Eine dreidimensionale anisotrope Verallgemeinerung dieses Vorgehens wird angestrebt.

### Danksagung

Diese Arbeit entstand im Rahmen eines vom Bundesminister für Forschung und Technologie (Kennzeichen 03 M 3005 C4) geförderten Forschungsprojektes.

Die Autoren bedanken sich bei den Kolleginnen und Kollegen vom Referat 1.01 und von den Laboratorien 1.11 und 1.21 der BAM, die durch vielfältige Hilfen beim Entstehen dieser Arbeit mitgewirkt haben.

### Literatur

- /1/ Portella, P.D., Ç. Kirimtay, K. Naseband:  
Kriech- und LCF-Verhalten der einkristallinen Superlegierung SRR99.  
In: 13. Vortragsveranstaltung "Langzeitverhalten warmfester Stähle und Hochtemperaturwerkstoffe", VDEh, Düsseldorf, 1990, S. 145-156.
- /2/ Portella, P.D., K. Breitzkreutz, V. Bierwagen:  
Quantitative Analyse von Gefügeänderungen in einkristallinen Superlegierungen.  
In: W.-U. Kopp, M. Kurz und M. Pohl (Hrsg.), Sonderband 23 der Praktischen Metallographie, Dr. Riederer-Verlag, Stuttgart, 1992 (im Druck).

- /3/ Portella, P.D., C. Herzog:  
Gefügeänderungen und Schädigungsentwicklung der einkristallinen Superlegierung SRR99 unter Kriechbeanspruchung bei 980°C.  
In: V. Thien (Hrsg.), Rastermikroskopie in der Materialprüfung, DVM, Berlin, 1992 (im Druck).
- /4/ Bertram, A., J. Olschewski, M. Zelewski:  
Constitutive Modelling of Primary and Secondary Creep of Single Crystals at High Temperatures.  
In: H.E. Exner und V. Schumacher (Hrsg.), Advanced Materials and Processes, DGM, Oberursel, 1990, Bd. 1, S. 493-498.
- /5/ Bertram, A., J. Olschewski, R. Sievert, M. Zelewski:  
Constitutive Modeling of the Creep Behaviour of Single Crystals with Applications to Notched Specimens.  
In: C.S. Desai et al. (Hrsg.), Constitutive Laws for Engineering Materials, ASME, New York, 1990, S. 237-240.
- /6/ Bertram, A., J. Olschewski, M. Zelewski, R. Sievert:  
Anisotropic Creep Modeling for F.C.C. Single Crystals.  
In: M. Zyczkowski (Hrsg.), Creep in Structures, Proc. IV IUTAM Symposium, Springer, Berlin, 1991, S. 29-36.
- /7/ Bertram, A., J. Olschewski:  
Formulation of Anisotropic Linear Viscoelastic Constitutive Laws by a Projection Method.  
In: A. Freed und K.P. Walker (Hrsg.), High Temperature Constitutive Modeling: Theory and Application, MD-Vol.26/AMD-Vol. 121, ASME, Fairfield, 1991, S. 129-137.
- /8/ Ashby, M. F.; Dyson, B. F.:  
Creep damage mechanics and micromechanisms.  
In: S.R. Valluri et al. (Hrsg.), Proc. of ICF 6, Pergamon, Oxford, 1984, S. 3-30.
- /9/ Stevens, R. A., P. E. J. Flewitt:  
A theoretical consideration of the microstructural origins of friction stress in a cast  $\gamma'$ -strengthened superalloy.  
In: B. Wilshire und D.R.J. Owen (Hrsg.), Creep and fracture of engineering materials and structures, Pineridge Press, Swansea, 1981, S. 187-200.
- /10/ Kachanov, L. M.:  
On the time to failure under creep conditions.  
Izv. Akad. Nauk. SSR, Otd. Tekhn. N.8 (1958), S. 26-31.
- /11/ Rabotnov, Yu. N.: Creep Rupture, Proc. XII Int. Congr. Appl. Mech. (Stanford 1968), Berlin, Springer (1969)
- /12/ Bertram, A.:  
Kriechmodellierung und Lebensdauerermittlung bei Hochtemperaturlegierungen.  
In: Vorträge zum Problemseminar IV, Heft 1/91, Fakultät für Maschinenwesen, TU Dresden, 1991, S. 51-67.