

## Identifikation des Einfluss konstruktiver Lagerparameter eines in Schwimmbuchsen gelagerten Rotorsystems

**Christian Daniel<sup>1</sup>, Steffen Nitzschke<sup>1</sup>, Elmar Woschke<sup>1</sup>, Jens Strackeljan<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Institut für Mechanik, Otto-von-Guericke Universität, 39106, Magdeburg, Deutschland  
christian.daniel@ovgu.de, steffen.nitzschke@ovgu.de, elmar.woschke@ovgu.de, jens.strackeljan@ovgu.de

### Kurzfassung

Gleitgelagerte Rotorsysteme weisen hinsichtlich ihres Systemverhaltens eine sehr nichtlineare Abhängigkeit zu den Eingangsgrößen auf. Die konstruktive Auslegung eines solchen Systems ist daher selten mit einer analytischen Methode durchführbar. Die numerische Simulation im Zeitbereich liefert für definierte Anfangsbedingungen und einen definierten Satz an Systemparametern eine Lösung. Der Einfluss der Systemgrößen auf die Lösung kann bei dieser Methode kaum abgeschätzt werden. Weiterhin ist der Parameterraum der konstruktiven Parameter der Gleitlager beträchtlich groß.

In diesem Beitrag werden bestimmte Methoden zur Ermittlung der Abhängigkeiten von konstruktiven Parametern eines gleitgelagerten Abgasturboladers gegenübergestellt. Zur Bewertung einer Variante wird eine Zielfunktion definiert, die das Verhalten der Wellenschwingungen charakterisieren soll. Anhand der numerischen Simulationen sollen so die dominanten Systemparameter bestimmt werden. Für die praktische Anwendbarkeit muss auf eine vertretbare Gesamtrechnenzeit geachtet werden, da die einzelne Auswertung der Zielfunktion mit sehr großem Rechenaufwand verbunden ist.

### 1 Einleitung

Im Hinblick auf leicht belastete und schnell drehende Gleitlager, wie sie in einem Abgasturbolader vorkommen, soll ein Rotorsystem mit Schwimmbuchsenlagerung untersucht werden. Die Nichtlinearität wird hier erweitert durch die Drehbewegung der Schwimmbuchse, welche sich durch die Reibmomente des inneren und äußeren Gleitlagers einstellt. Die resultierenden Reibmomente sind von der Druckverteilung im Ölfilm abhängig. Daher hat dieses System hinsichtlich der Eingangsgrößen einen sehr nichtlinearen Charakter. Durch die geringe statische Vorlast neigt das System neben den drehzahlsynchronen Schwingungen zu subharmonischen Schwingungen, welche auch als Oil-Whirl bezeichnet werden.

Für die Untersuchung der Sensitivitäten nichtlinearer Systeme werden häufig varianzbasierte Methoden angewendet. Dabei können verschiedene Ziele verfolgt werden. Es kann lokal in einem Bereich nach den Abhängigkeiten der Eingangsparameter zur Systemantwort gesucht werden [6]. Dabei können Finite-Differenzen-Verfahren zum Einsatz kommen, die jedoch eine stetige und differenzierbare Antwortgröße des System erwarten. Für die Untersuchung der konstruktiven Parameter des Turboladers sind im Gegensatz dazu globale Verfahren sinnvoll. Diese beschränken sich nicht auf kleine Änderungen in den Eingangsparametern. Untersuchungen zur Sensitivitätsanalyse von aufwendigen numerischen Modellen sind z.B. von Han [4] durchgeführt worden. Han untersucht Möglichkeiten das Systemverhalten, bzw. die Haupteffekte der Eingangsparameter mit möglichst wenigen Testaufrufen des Systems zu bestimmen. Dabei werden verschiedene statistische Methoden angewendet die Stichproben möglichst optimal zu wählen. Grundsätzlich ist die Zahl der Auswertungen des Systems auch für wenige Parameter sehr hoch. Angelehnt an die globalen Verfahren der Sensitivitätsanalyse wurden Verfahren der statistischen Versuchsplanung (DOE - Design of Experiments) entwickelt. Dabei werden bestimmte Parameterkonfigurationen definiert, um den zur Verfügung stehenden Parameterraum mit möglichst wenigen Aufrufen zu erfassen. Diese Verfahren stellen hinsichtlich der Zahl der Funktionsauswertungen einen praktikables Vorgehen dar. Im Folgenden soll untersucht werden, ob diese Verfahren in der Lage sind, die prinzipiellen Abhängigkeiten konstruktiver Größen auf das Laufverhalten eines Abgasturboladers zu bestimmen.

## 2 Mechanisches Modell

Das mechanische Modell des Abgasturboladers in Abb. (1) basiert auf einem Mehrkörpermodell. Die elastische Deformation der Welle wird durch eine Finite-Element Formulierung eines Timoshenko Balkens abgebildet [2]. Die Verbindung von Schwimmbuchse und Welle mit dem Lagergehäuse erfolgt mit einem speziellen Kraftelement,

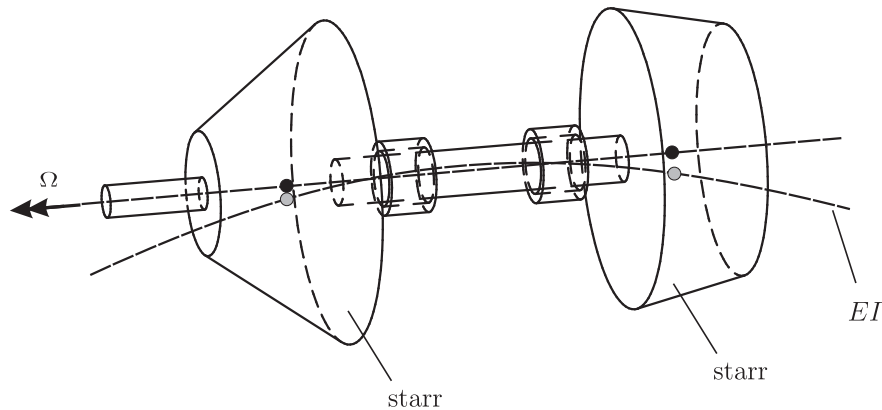


Abbildung 1: mechanisches Modell des Abgasturboladers

welches die kinematischen Größen zwischen den Lagerpartnern erfasst und in jedem Aufruf die Druckverteilung im Schmierfilm mittels einer numerischen Lösung der Reynolds-Differentialgleichung bestimmt. Aus der Druckverteilung können die notwendigen Kräfte und Momente an der Oberfläche der Lagerpartner berechnet werden. Diese werden als Aktion und Reaktion über die äußeren Kräfte aufgeprägt. Eine detaillierte Beschreibung dieses Kraftelements ist in [1],[7],[5] gegeben. Die resultierenden Bewegungsgleichungen sind durch die großen Starrkörperdrehungen und durch die Schmierfilmkräfte stark nichtlinear. Eine Lösung im Zeitbereich erfordert einen Lösungsalgorithmus, welcher die steifen Differentialgleichungen mit hinreichend großen Zeitschritten möglichst genau lösen kann.

Die numerische Umsetzung erfolgt vollständig in dem am Lehrstuhl Technische Dynamik des Instituts für Mechanik erstellten Mehrkörperprogramm EMD, welches die Bewegungsgleichungen für elastische Mehrkörpersysteme aufstellt und mit verschiedenen Algorithmen im Zeitbereich löst. In EMD sind verschiedene Kraftelemente für die Abbildung von Gleit- und Wälzlagern implementiert, welche kontinuierlich am Lehrstuhl weiterentwickelt werden. Im aktuellen Beitrag wird ein Modul der Schwimmbuchse verwendet, welches die Reaktionskräfte im Schmierfilm zwischen starren Körpern unter Berücksichtigung der Schiefstellung berechnet. Die beiden Schmierfilme sind über Versorgungsbohrungen in der Schwimmbuchse miteinander gekoppelt.

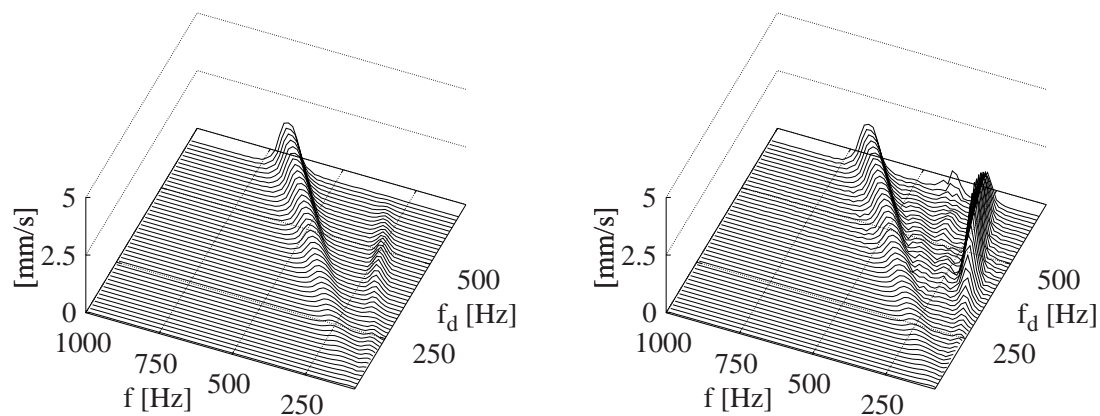
Die Rechenzeiten für die Simulation eines Hochlaufs auf  $100000 \text{ min}^{-1}$  betragen bei einer angemessenen Diskretisierung der Schmierfilme ca. 30 Stunden. Für diesen Beitrag wird das Modell jedoch soweit vereinfacht, dass die Simulationszeit auf 40 Minuten begrenzt wird. Dafür wird die Diskretisierung der Gleitlager etwas gröber vorgenommen, zudem wird auf die Kopplung zwischen den beiden Schmierfilmen verzichtet und die Enddrehzahl ist auf  $50000 \text{ min}^{-1}$  begrenzt. Eine Parameterkonfiguration, welche einen Hochlauf ohne subharmonische Schwingung zur Folge hat, kann mit deutlich größeren Zeitschritten gelöst werden, wodurch die gesamte Simulationszeit verkürzt wird.

## 3 Systemverhalten beim Hochlauf

Der Hochlauf eines Abgasturboladers ist in der Regel geprägt von der Unwuchtschwingung und der Oil-Whirl Schwingung, welche mit der Umlaufgeschwindigkeit des Öls vollzogen wird. Diese kann maximal den Mittelwert der beiden Oberflächengeschwindigkeiten in tangentialer Richtung von Welle und Schale annehmen. In der Praxis stellen sich aber geringere Schwingfrequenzen ein, da das Öl auch über den Lagerrand austritt und nicht kontinuierlich im Schmierpalt zirkuliert, weitere Betrachtungen dazu sind unter anderem von Yamamoto [8] getätigt worden. Der Verlauf der Oil-Whirl Schwingung lässt sich in Abb. (2) für zwei verschiedene Parameterkonfigura-

tionen des gleichen Turboladers entnehmen. Die Subharmonische liegt hier unterhalb der halben Wellendrehzahl, weil die Relativedrehzahl zur Schwimmbuchse für den Oil-Whirl maßgeblich ist. Weiterhin hat sich gezeigt, dass die Oil-Whirl Frequenz sehr stark von der äußeren Dämpfung des Systems abhängig ist [3]. Die Dämpfung infolge der Dichtungen und der Umströmung der Schaufelräder beeinflusst nicht nur die Amplitude, sondern auch die Frequenz des Oil-Whirl. Klingen die parametererregten Schwingungen nicht hinreichend schnell ab, so kann dies zum Versagen der Lagerung führen, da die Wellenverlagerung in diesem Zustand nahe dem maximalen Lagerspiel ist. Da Mischreibung und große Amplituden die maximalen Biegespannungen und die Lebensdauer der Gleitlagerung nachhaltig beeinflussen können, sollten diese Zustände beim Hochlauf möglichst nicht oder nur sehr vereinzelt auftreten.

Die Ursache für die starke Neigung zum Oil-Whirl ist die, im Vergleich zur dynamischen Last, geringe statische Lagerlast. Konstruktiv lässt sich dies beim Abgasturbolader kaum ändern, da nur Eigengewicht und relativ kleine Radialkräfte an den umströmten Schaufelrädern für statische Belastungen sorgen. Die Zentrifugalkräfte aus der Unwuchtverteilung stellen die dominante Lasten dar.



**Abbildung 2:** Hochlauf im Frequenzbereich für zwei Parameterkonfigurationen

#### 4 Sensitivitätsanalyse

Eine Sensitivitätsanalyse beschreibt die Ermittlung der Zusammenhänge zwischen den Eingangsgrößen eines Systems und der Systemantwort. Die so gewonnenen Informationen des Systems können in zahlreichen Anwendungen verwendet werden. Wichtige Anwendungen sind Optimierungsverfahren, bei denen günstige Konstellationen von Eingangsgrößen bzw. Parametern gefunden werden sollen. Hier werden speziell lokale Sensitivitätsanalysen angewendet, die das Systemverhalten für einen kleinen Bereich beschreiben. Die Bestimmung kann z.B. mit Finiten-Differenzen Verfahren erfolgen. Dazu ist es notwendig, dass die Zielfunktion, mit der das Systemverhalten zusammengefasst wird, stetig differenzierbar ist. Anwendungen in denen unstetige Systeme untersucht werden sind in [6] dargestellt, welche eine Verbesserung der Zeitintegration gerade im Bereich der Unstetigkeiten zum Ziel hat.

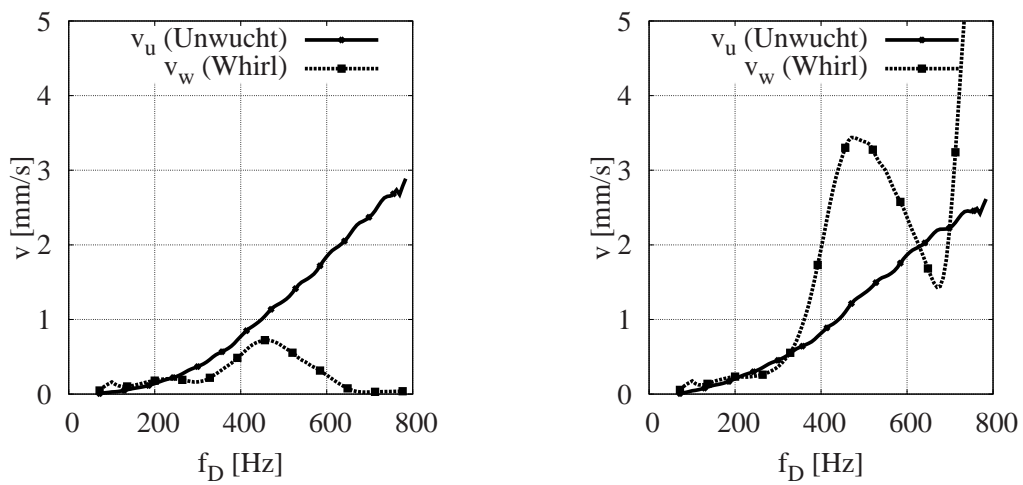
Globale Verfahren der Sensitivitätsanalyse beschränken sich nicht auf einen kleinen Änderungsbereich der Eingangsgrößen. Hier gibt es zahlreiche grafische und nichtgrafische Methoden zur Darstellung der Änderung der Zielfunktion in Abhängigkeit der Eingangsgrößen. Die Übersichtlichkeit schwindet mit der Zahl der Parameter die das System beeinflussen [4].

#### 5 Konstruktive Parameter und Zielfunktion

Während der Konstruktion kann durch zahlreiche Parameter das dynamische Verhalten des Turboladers beeinflusst werden. Bei einer vorhandenen Konstruktion lassen sich Parameter wie Wellenlänge, Wellendurchmesser und Lagerabstand nicht nennenswert verändern. Auch die Trägheitseigenschaften der Schaufelräder sind durch die Optimierung der Schaufelgeometrie auf die eigentliche Funktion des Turboladers, die Nutzung der Energie

aus dem Abgas und die Steigerung des Massenstroms auf der Einlassseite des Motors, kaum veränderbar. Dagegen lassen sich die Lagerspiele in der Schwimmbuchse relativ einfach variieren. Weiterhin kann die Lagerbreite des inneren Lagers durch Anpassung der Schwimmbuchse verhältnismäßig einfach modifiziert werden. Ein weiterer wichtiger Parameter ist die Unwuchtverteilung auf den Schaufelrädern. In der Regel wird versucht den Läufer so gut wie möglich auszuwuchten. Dabei sollte jedoch bedacht werden, dass bei fehlender Unwucht die Oil-Whirl Schwingungen dominieren. Folglich kann eine kleine Restunwucht im System das Laufverhalten sogar stabilisieren. Außerdem hat sich in der Praxis gezeigt, dass der Wuchtzustand des Läufers während des Betriebes, bedingt durch thermische und mechanische Belastungen, nicht konstant ist.

Für eine systematische Untersuchung des Turboladerverhaltens müssen eine oder mehrere skalare Zielfunktionen definiert werden. Anhand der Werte dieser Funktionen muss auf das Laufverhalten zurückgeschlossen werden können. Die Zielfunktion muss z.B. Faktoren, wie das rasche Abklingen bzw. das Nichtauftreten von Whirl-Schwingungen, positiv bewertet. Im Betriebsdrehzahlbereich sollten die Unwuchtschwingungen dominieren. Anhand der Auswertung der Wellenschwingungen im Frequenzbereich über der Drehzahl der Welle in Abb. (2) lassen sich grundsätzlich verschiedene Klassifizierungen definieren.

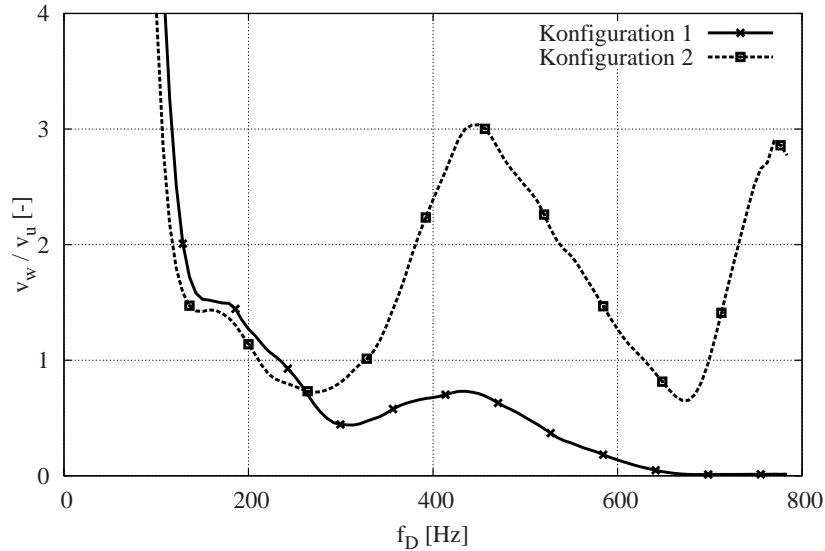


**Abbildung 3:** Hochlauf im Zeitbereich für zwei Parameterkonfigurationen: links Unwucht, rechts Whirl dominant

Die Separation der Schwingungsamplituden der Drehzahlsynchronen und der Whirl- Schwingung aus Abb. (2) liefert eine übersichtliche Darstellung der Amplituden in Abb. (3). In der linken Abbildung sind die Unwuchtschwingungen dominant, die subharmonischen Oil-Whirl Schwingungen sind nur kurz präsent und klingen rasch wieder ab. Zum Ende des Hochlaufs ist nur noch die drehzahlsynchrone Schwingung präsent. Die Abbildung rechts zeigt eine Konfiguration, bei welcher die subharmonischen Schwingungen im Verhältnis zu der Unwuchtschwingung sehr groß wird. Zum Ende sind diese deutlich größer als die drehzahlsynchrone Schwingung. Dieses Verhalten kann als ungünstig eingestuft werden. Eine Formulierung dieses Verhaltens in einer skalaren Zielfunktion beschreibt muss noch gefunden werden. Das Verhältnis der drehzahlsynchronen und der subharmonischen Schwingungen sollte der Hauptanteil der Funktion sein. Weiterhin ist ein monoton fallender Verlauf dieses Verhältnisses günstig, da die subharmonische Schwingung zum Ende des Intervalls anklingen soll. Es wird zunächst das Verhältnis  $r$  zwischen den Amplituden der Schwinggeschwindigkeit der Whirl-Schwingung  $v_w$  und der drehzahlsynchronen Unwuchtschwingung  $v_u$  betrachtet - siehe Gl. (1)

$$r(t) = \frac{v_w(f_D)}{v_u(f_D)}. \quad (1)$$

Die Darstellung des Verhältnis  $r$  für die beiden Konfigurationen aus Abb. (3) ist in Abb. (4) dargestellt. Der erste Teil der Zielfunktion  $z_1$  beschreibt den Mittelwert von  $r$  im oberen Drehzahlbereich, wobei der Startindex  $s$  so



**Abbildung 4:** Relative Geschwindigkeitsamplitude der beiden Konfigurationen

gewählt wird, dass der interessierende Drehzahlbereich für den Betrieb abgedeckt ist

$$z_1 = \frac{\sum_{i=s}^n r(f_D(i))}{n - s}. \quad (2)$$

Der zweite Teil der Zielfunktion  $z_2$  soll den Verlauf dieses Verhältnis berücksichtigen. Dazu wird im Bereich  $s \dots n$  eine Ausgleichsgerade  $r^* = f_D \cdot m_r + n_r$  konstruiert. Der Anstieg  $m_r$  dieser Ausgleichsgeraden liefert eine Aussage, ob das Verhältnis ansteigt oder abfällt

$$z_2 = e^{k \cdot m_r}. \quad (3)$$

Der Term  $z_2$  führt für einen monoton steigenden Verlauf von  $r$  auf große Werte für die Zielfunktion. Die ganzheitliche Zielfunktion  $z$  wird aus dem Produkt von  $z_1$  und  $z_2$  gebildet.

$$z = z_1 \cdot z_2 \quad (4)$$

Der reele Parameter  $k$  in Gl. (3) kann den Einfluss des Anstiegs auf die gesamte Zielfunktion wichten. Kleine Werte werden erreicht, wenn die Whirl-Schwingungen sehr gering sind und beim Hochlauf durch den Betriebsdrehzahlbereich monoton abfallen. Das Minimum von  $z$  stellt damit eine günstige Konfiguration hinsichtlich der Ausprägung von Whirl-Erscheinungen dar.

## 6 Gegenüberstellung verschiedener Methoden

Die Bestimmung der Einflüsse der Parameter auf die Zielfunktion kann auf verschiedene Arten vorgenommen werden. Zunächst müssen die Parameter benannt und die Grenzen, in denen diese verändert werden dürfen, festgelegt werden - Tab. (1). In diesem Parameterraum kann die Zielfunktion einen beliebig nichtlinearen Verlauf haben. Im Folgenden werden verschiedene Möglichkeiten beschrieben, um den Verlauf der Zielfunktion und damit die Identifikation der maßgeblichen Parameter zu bestimmen.

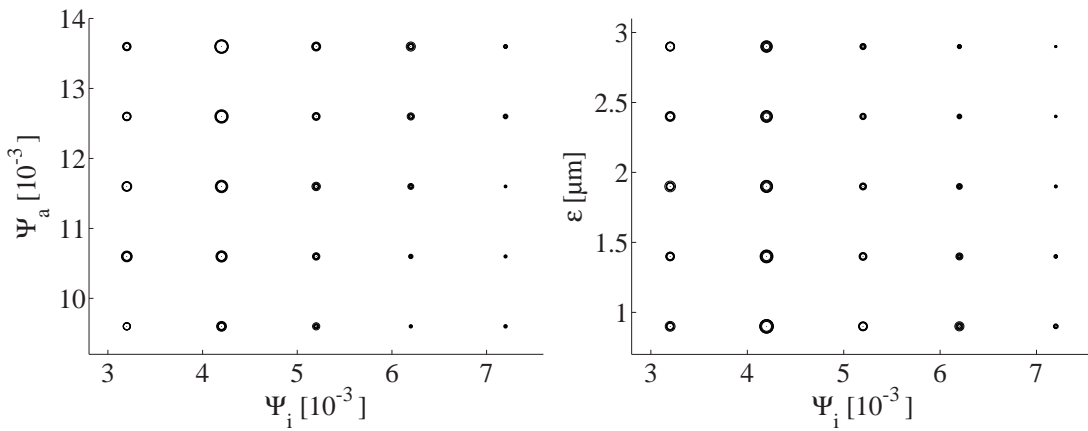
### 6.1 Partielle Abhängigkeiten

Die einfachste aber rechenaufwendigste Methode ist das Durchrastern durch alle Parameter mit einer definierten Schrittweite. Dabei müssen alle Parameter jeweils partiell geändert werden, wodurch sich der Rechenaufwand

**Tabelle 1:** Parameter und ihre Grenzen

Parameter	Beschreibung	<i>normal</i>	<i>min</i>	<i>max</i>
$p_1 = \psi_i$	relatives Lagerspiel innen	$5.2 \cdot 10^{-3}$	$3.2 \cdot 10^{-3}$	$7.2 \cdot 10^{-3}$
$p_2 = \psi_a$	relatives Lagerspiel außen	$11.6 \cdot 10^{-3}$	$9.6 \cdot 10^{-3}$	$13.6 \cdot 10^{-3}$
$p_3 = \varepsilon_T$	Schwerpunktesabweichung - Turbinenlaufrad	$1.9\mu m$	$0.9\mu m$	$2.9\mu m$

potenziert. Bei drei Parametern mit jeweils fünf Stützstellen ergeben sich  $5^3 = 125$  Funktionsaufrufe der Zielfunktion. Da zur Auswertung der Zielfunktion immer eine Zeitintegration ausgeführt werden muss, deren Rechenzeit teilweise im Bereich von Tagen liegen kann, ist diese Methode sehr aufwendig. Allerdings bietet dieses Vorgehen den Vorteil, dass alle Bereiche des Parameterraums gleichmäßig erfasst werden. Abb. (5) zeigt den Verlauf



**Abbildung 5:** Reziproke Zielfunktion  $z^{-1}$  in Abhängigkeit der Designparameter

der Zielfunktion in Abhängigkeit der Designparameter jeweils als Seitenansicht der Punktwolke im dreidimensionalen Designraum. Große Werte in der Zielfunktion bedeuten ein schlechtes Hochlaufverhalten, da die Anteile der subharmonischen Schwingung sehr groß sind, oder die Amplituden monoton ansteigen. Für die Bestimmung günstiger Parameterkonstellationen ist die reziproke Zielfunktion  $z^{-1}$  in Abb. (5) dargestellt, wobei die Größe jedes dargestellten Kreises proportional zur reziproken Zielfunktion ist. Kleine Werte der Zielfunktion bzw. große Kreise bedeuten eine günstige Parameterkonstellation, da die subharmonischen Schwingungen abklingen bzw. generell klein sind. Nach Abb. (5) ist ein kleines inneres Lagerspiel und ein großes äußeres Lagerspiel günstig. Die besten Ergebnisse werden jedoch nicht beim kleinsten Lagerspiel erreicht, sondern zwischen der unteren Grenze und der Mitte des Intervalls. Das äußere Lagerspiel muss nach der Abbildung groß sein, damit ein günstiges Laufverhalten erzielt wird. Der Einfluss ist hier nicht so deterministisch wie der des inneren Lagerspiels. Die Größe der Unwucht ist dabei von untergeordneter Bedeutung.

## 6.2 Design Methoden

Durch die hohe Rechenzeit eines Einzelaufrufs der Zielfunktion ist die Methode der partiellen Änderung für reale Probleme nicht praktikabel. Daher werden andere Möglichkeiten gesucht, bei denen deutlich weniger Funktionsauswertungen vorgenommen werden müssen. Hier haben sich verschiedene DOE-Methoden etabliert. Diese basieren grundsätzlich darauf, verschiedene wichtige Punkte im Parameterraum zu definieren und die Zielfunktion nur an diesen Stellen auszuwerten. Hier wird einerseits das Central-Composite-Design und andererseits das Box-Behnken-Design verwendet. Für diese DOE-Methoden sind jeweils nur 15 bzw 13 Auswertungen der Zielfunktion notwendig. In Tab. (2) und Tab. (3). sind die Parameter bezogen auf ein normiertes Intervall dargestellt.

Die Normierung erfolgt entsprechend Gl. (5).

$$p_i^* = \frac{p_i}{\max(p_i) - \min(p_i)} \quad (5)$$

Im Vergleich zu den 125 Auswertungen bei Verwendung der partiellen Änderung ergibt sich eine drastische Verringerung der Rechenzeit. Für größere Modelle bzw. Modelle mit höherem Detaillierungsgrad, deren Rechenzeiten im Bereich von einem Tag liegt, ergibt sich so eine praktikable Methode die benötigten Abhängigkeiten zu ermitteln.

Um die Zielfunktion darzustellen werden mittels der berechneten Funktionswerte an den Stützstellen eine Ausgleichfunktion definiert. Hier wird ein Polynomansatz verwendet, dessen Ordnung auch durch die Anzahl der Stützstellen beschränkt ist - Gl. (6). Dieses Polynom wird für alle folgenden Methoden verwendet.

$$z(p_1, p_2, p_3) = b_1 + b_2 \cdot p_1 + b_3 \cdot p_2 + b_4 \cdot p_3 + b_5 \cdot p_1^2 + b_6 \cdot p_2^2 + b_7 \cdot p_3^2 + b_8 \cdot p_1 \cdot p_2 + b_9 \cdot p_1 \cdot p_3 + b_{10} \cdot p_2 \cdot p_3 \quad (6)$$

Die Koeffizienten  $b_i$  werden mit den vorhandenen Stützstellen durch eine multilinare Regression bestimmt. Dabei wird ein Verfahren mit gewichteten kleinsten Fehlerquadraten angewendet.

Für die Stützstellenwahl nach dem Central-Composite-Design ergeben sich 15 verschiedene Auswertung der

**Tabelle 2:** Parameter beim Central-Composite-Design bezogen auf ein Einheitsintervall

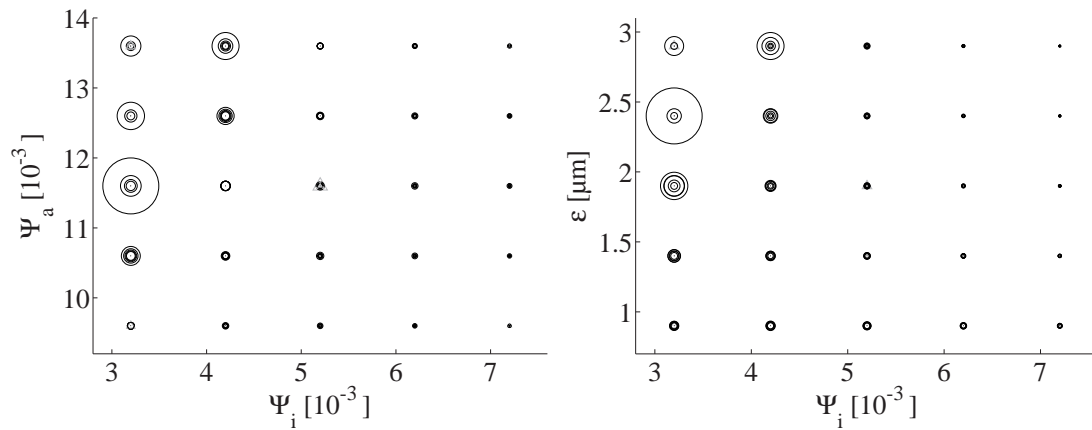
Nr.	$p_1^*$	$p_2^*$	$p_3^*$
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	1
3	-1	1	-1
4	-1	1	1
5	1	-1	-1
6	1	-1	1
7	1	1	-1
8	1	1	1
9	-1.6818	0	0
10	1.6818	0	0
11	0	-1.6818	0
12	0	1.6818	0
13	0	0	-1.6818
14	0	0	1.6818
15	0	0	0
...			
24	0	0	0

**Tabelle 3:** Parameter beim Box-Behnken-Design bezogen auf ein Einheitsintervall

Nr.	$p_1^*$	$p_2^*$	$p_3^*$
1	-1	-1	0
2	-1	1	0
3	1	-1	0
4	1	1	0
5	-1	0	-1
6	1	0	1
7	1	0	-1
8	1	0	1
9	0	-1	-1
10	0	-1	1
11	0	1	-1
12	0	1	1
13	0	0	0
...			
15	0	0	0

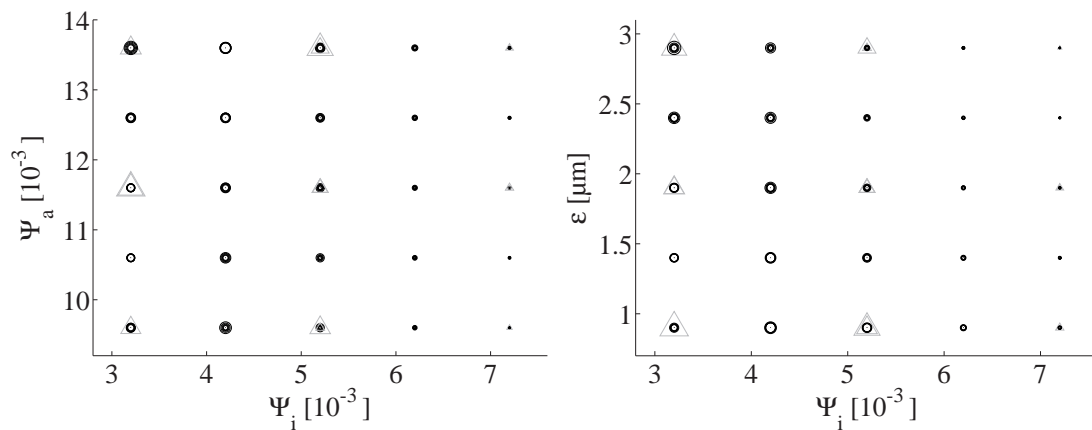
Zielfunktion - Tab. (2). Der zentrale Punkt in der Mitte der Parameterintervalle wird mehrfach verwendet so dass insgesamt 24 Stützstellen vorliegen. Nach einer Regression mit dem Polynom aus Gl. (6) lassen sich die Werte der

Zielfunktion an beliebigen Stützpunkten berechnen - Abb. (6). Die Auswertung erfolgt an den gleich Stützstellen wie in Abb. (5), wodurch die Darstellungen vergleichbar werden. Die ursprünglichen Stützstellen werden mit grauen Dreiecken in den Abbildungen dargestellt. Inhaltlich zeigen sich deutliche Unterschiede, da die Bewertung der Varianten mit dem kleinsten inneren Lagerspiel  $\Psi_i$  zu gut ist, dies resultiert aus dem Stützpunkt Nr. 9 aus Tab. 2 der außerhalb des definierten Intervalls für die Designparameter liegt. Im Simulationsmodell ist das Laufverhalten entsprechend der definierten Zielfunktion besser, jedoch ist ein derart kleines Lagerspiel nicht sinnvoll. Die grundsätzliche Tendenz kann jedoch abgebildet werden.



**Abbildung 6:** Reziproke Zielfunktion  $z^{-1}$  in Abhängigkeit der Designparameter - Central-Composite-Design

Ein weitere Methode stellt das Box-Behnken-Design dar. Hier sind insgesamt 13 Funktionsauswertungen erforderlich. Insgesamt ergeben sich damit 15 Stützstellen mit denen eine Regression mit dem genannten Polynom durchgeführt werden kann- Tab. (3) . Das Ergebnis ist in Abb. (7) dargestellt und zeigt einen ähnlichen Verlauf der Zielfunktion wie Abb. (5) mit 125 gleich verteilten Stützstellen. Der Einfluss des inneren Lagerspiels wird gut ermittelt. Alle anderen Abhängigkeiten sind ähnlich wenig deterministisch. Im Vergleich liefert das Box-Behnken-



**Abbildung 7:** Reziproke Zielfunktion  $z^{-1}$  in Abhängigkeit der Designparameter - Box-Behnken-Design

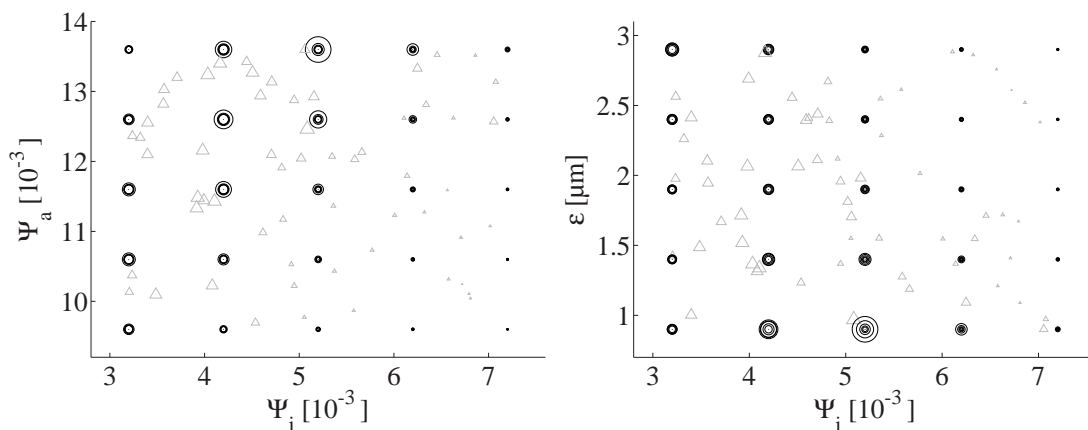
Design mit weniger Stützstellen eine bessere Abbildung der Zielfunktion. Entscheidend ist hier eine Auswertung innerhalb der vorgegebenen Grenzen für die Designparameter. Unklar bleibt bei beiden Verfahren ob sich innerhalb des Intervalls für die Parameter Besonderheiten im Verlauf der Zielfunktion ergeben. Dafür müssten weitere Stützstellen innerhalb des Intervalls definiert werden, dies könnte prinzipiell durch eine Intervallhalbierung der



vorhandenen Stützstellen erfolgen, was sehr schnell zum vollständigen Durchrastern des Parameterraums führt. Ziel ist es dies zu vermeiden und die Anzahl der Stützstellen möglichst gering zu halten.

### 6.3 Monte-Carlo Methode

Um ein vollständiges Durchrastern des Parameterraums zu vermeiden, werden die Stützstellen im folgenden Abschnitt zufällig bestimmt, was einem Monte-Carlo-Verfahren gleichkommt. Dabei werden in den definierten Grenzen der Designparameter 60 Stützstellen zufällig bestimmt. Mit diesen Stützstellen wird ebenfalls eine Regression mit der Funktion aus Gl. (6) durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abb. (8) dargestellt. Im Vergleich zum Ergebnis mit 125 äquidistanten Stützstellen in Abb. (5) zeigt sich hier eine Tendenz zum mittleren inneren Lagerpiel, maximalen äußeren Lagerpiel und einer kleinen Unwucht. Bezüglich der Unwucht bzw. der Exzentrizität  $\varepsilon$  decken sich die Ergebnisse nicht mit Abb. (5). Trotz des erheblichen Mehraufwandes von 60 statt 13 oder 15 Funktionsauswertungen ist das Ergebnis nicht näher an Abb. (5).



**Abbildung 8:** Reziproke Zielfunktion  $z^{-1}$  in Abhängigkeit der Designparameter - Monte-Carlo-Methode mit 60 Stützstellen

## 7 Zusammenfassung

Es wurden an einem nichtlinearen rotordynamischen System verschiedene Verfahren der globalen Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Ziel ist es mit möglichst wenig Rechenaufwand das Systemverhalten bezüglich definierter konstruktiver Parameter zu studieren. So können die Parameter determiniert werden, die das Systemverhalten maßgeblich beeinflussen. Beim betrachteten Abgasturbolader ist das Verhältnis zwischen Whirl- und Unwuchtschwingung hauptsächlich vom inneren Lagerpiel abhängig. Weiterhin können die Bereiche der Parameter mit einem günstigen Verhalten, bezüglich der definierten Zielfunktion, eingeschränkt werden. Für das mechanische Verhalten eines Abgasturboladers wurde eine Zielfunktion definiert, die die Amplituden der Wellenschwingungen verschiedener Frequenzen zusammenfasst. Anhand dieser Zielfunktion wurden verschiedene Methoden zur Bestimmung des Systemsensitivität getestet. Grundlegende Zusammenhänge lassen sich mit dem Box-Behnken-Design effizient bestimmen. Die Regression durch die berechneten Stützstellen liefert trotz der 13 Funktionsauswertungen eine gute Übereinstimmung mit einem äquidistanten Durchrastern mit 125 Stützstellen. Dies ist auf den gutmütigen Verlauf der Zielfunktion im definierten Parameterintervall zurückzuführen. Eine zufällige Wahl der Stützstellen innerhalb des Intervalls liefert evtl. durch lokale Häufungen von Stützstellen eine bessere Abbildung des Systemverhaltens, der globale Verlauf kann nicht besser ermittelt werden. In Hinsicht auf eine praxisgerechte Methode zur Untersuchung von Biegeschwingungen beim Hochlauf von Abgasturboladern ist das Box-Behnken-Design durchaus in der Lage die notwendigen Sensitivitäten des Systems zu bestimmen. Dies setzt ein nicht zu stark nichtlineares Charakter des Systems innerhalb der Parameterintervalle voraus. Der zeitliche Rechenaufwand kann bei allen genannten Methoden weiter reduziert werden, wenn die Rechnungen verteilt werden. Dies ist möglich, da alle Funktionsauswertungen an den Stützstellen unabhängig voneinander sind. Dies ist bei numerischen Simulationen sehr viel einfacher möglich als bei Prüfstandsversuchen.

## Literatur

- [1] Daniel, C.; Nitzschke, S.; Woschke, E. und Strackeljan, J. (2011): *Numerische Simulation des instationären Verhaltens der Schwimmbuchsenlagerung in Turboladern*, 9. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen, Darmstadt
- [2] Fischer, J. (2011): *Welle-Rotor-Verbindungen mit innerer Dämpfung Simulation und Analyse von einfachen Läufern und Laborzentrifugen*, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
- [3] Göbel, S. (2012): *Numerische Simulation und Validierung des Betriebsverhaltens eines Abgasturboladers*, Diplomarbeit, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
- [4] Han, S. (2011): *Varianzbasierte Sensitivitätsanalyse als Beitrag zur Bewertung der Zuverlässigkeit adaptiv-strukturierter Struktursysteme*, Dissertation, Technischen Universität Darmstadt
- [5] Nitzschke, S.; Woschke, E.; Daniel, C. und Strackeljan, J. (2011): *Simulation von Schwimmbuchsenlagerungen in Abgasturboladern*, Journal of Mechanical Engineering of the National Technical University of Ukraine KPI, Kiev
- [6] Pfeiffer, A. (2008): *Numerische Sensitivitätsanalyse unstetiger multidisziplinärer Modelle mit Anwendungen in der gradientenbasierten Optimierung*, Dissertation, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
- [7] Woschke, E.; Daniel, C.; Nitzschke, S. und Strackeljan, J. (2011): *Numerical run-up simulation of a turbo-charger with full floating ring bearings*, The 10th International Conference on Vibration Problems, Prag
- [8] Yamamoto, T. und Ishida, Y. (2001): *Linear and Nonlinear Rotordynamics. A Modern Treatment with Applications.*, John Wiley & Sons Inc, New-York