

Einbindung thermischer Zustandsvariablen in Mehrkörpersysteme

Elmar Woschke

Institut für Mechanik
Otto-von-Guericke-Universität
39106 Magdeburg, Deutschland
elmar.woschke@ovgu.de

Jens Strackeljan

Institut für Mechanik
Otto-von-Guericke-Universität
39106 Magdeburg, Deutschland
jens.strackeljan@ovgu.de

Christian Daniel

Institut für Mechanik
Otto-von-Guericke-Universität
39106 Magdeburg, Deutschland
christian.daniel@ovgu.de

ABSTRACT

Bei der Berechnung rotordynamischer Systeme stellt die Verwendung von MKS-Programmen den gegenwärtigen Stand der Technik dar.

Neben der klassischen Modellierung als starre Strukturen finden zunehmend auch elastische Körper in Mehrkörpersystemen Anwendung. Den Hintergrund dafür bieten modal reduzierte FE-Formulierungen.

Bedingt durch die steigende Komplexität der Belastungen und der daraus resultierend notwendigen hohen Modellierungstiefe können Koppelleffekte zwischen dem mechanischen Verschiebungsfeld und anderen Feldproblemen (z.B. Temperaturfeld) nicht mehr vernachlässigt werden.

Dies sollte bei der Simulation von Prozessen mit relevanter Wärmeerzeugung (z.B. durch Reibung) berücksichtigt werden, um die resultierende Gesamtdeformation korrekt zu berechnen.

Bei der Untersuchung und Simulation (z.B. von Rotorsystemen) dürfen diese Effekte aufgrund des Einflusses auf das Schwingungsverhalten nicht vernachlässigt werden (Gleitlager). Der Beitrag soll eine Möglichkeit der Modellierung und Implementierung zusätzlicher Zustandsvariablen (primär thermisch) in Mehrkörpersysteme beschreiben.

KEY WORDS

Mehrfeldprobleme, Frequency-Response-Modes, MKS

1 EINLEITUNG

Die Beschreibung elastischer Körper in MKS-Programmen erfolgt gewöhnlich auf Basis modaler Formulierungen des Verschiebungsfeldes. Aufgrund dieser Vorgabe bietet es sich an, auch die thermischen Zustandsvariablen auf analoge Weise einzubinden.

Die Verwendung von Frequency-Response-Modes (FRM) erlaubt es, die thermischen Eigenvektoren des Systems als zusätzliche Eigenvektoren des mechanischen Systems zu formulieren und damit die Lösungsgüte bzgl. der Nutzung rein mechanischer Eigenvektoren bei Berücksichtigung thermischer Lasten zu verbessern.

Verfahrenstechnisch ergibt sich zudem die Möglichkeit der kompletten Beschreibung gekoppelter Feldprobleme innerhalb des MKS-Programms unter Verwendung nutzergeschriebener Krafttroutinen, welche direkt oder mittels Dynamic Link Libraries (DLL) formuliert werden können. Die direkte Einbindung besitzt gegenüber der Co-Simulation diverse Vorteile. Primär ist dabei, dass auf ein festes Austauschintervall der einzelnen Teilprogramme verzichtet werden kann, und damit Solver mit variabler Schrittweite ohne Einschränkung Verwendung finden können.

Der wesentliche Nutzen stellt sich in der Berücksichtigung komplexer nichtlinearer Zusammenhänge zwischen den Belastungen und den daraus resultierenden Verschiebungen dar.

Von besonderem Interesse sind in diesem Zusammenhang die Lagerungen rotordynamischer Systeme. Vor allem im Bereich der Gleitlager wirken sich bereits kleine Deformationen signifikant auf die Lagersteifigkeit und damit auf das dynamische Verhalten des Gesamtsystems aus. Werden Deformationen aufgrund thermischer Lasten

vernachlässigt, wird das gesamte Systemverhalten verfälscht, was zu teilweise dramatischen Unterschieden führen kann.

2 THEORIE

2.1 Elastische Mehrkörpersysteme

Zur Implementierung elastischer Körper in MKS-Programme werden aufgrund des großen Anwendungsbereichs FE-Strukturen eingebunden. Zur Bestimmung des Verschiebungsfeldes flexibler Körper werden dabei die kleinen elastischen Deformationen den großen nichtlinearen Referenzbewegungen der Körper überlagert.

Während Mehrkörpersysteme nur wenige Freiheitsgrade zur Beschreibung der Bewegung verwenden, besitzen FE-Strukturen in der Regel mehrere tausend Freiheitsgrade. Aufgrund der unterschiedlichen Beschreibungsformen ist eine Reduktion, welche gewöhnlich modal erfolgt, unumgänglich. Unter der Voraussetzung geeigneter Ansätze für die Dämpfung (z.B. Rayleigh-Dämpfung) lässt sich die Bewegungsdifferentialgleichung in folgender Form formulieren

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad \Rightarrow \quad \widehat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \widehat{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}} + \widehat{\mathbf{K}}\mathbf{q} = \widehat{\mathbf{f}} \quad (1)$$

Der Übergang von physikalischen Koordinaten \mathbf{u} auf modale Koordinaten \mathbf{q} erfolgt unter Verwendung der Modalmatrix Φ

$$(\mathbf{K} - \omega_k^2 \mathbf{M}) \cdot \phi_k^h = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi = [\phi_1^h \dots \phi_i^h] \quad \Rightarrow \quad \mathbf{u} = \Phi \cdot \mathbf{q} \quad (2)$$

Der entscheidende Punkt der Reduktion ist durch die Auswahl der zur Beschreibung der Deformation verwendeten Eigenvektoren gegeben. Um die Auswahl einzuschränken bzw. eine Reduktion der Eigenvektoren auf die Beschreibung der elastischen Freiheitsgrade, welche von Bedeutung sind, zu erreichen, können der modalen Reduktion zusätzliche Reduktionen vorangestellt werden.

Da im weiteren Verlauf analoge Reduktionen auch für die thermischen Zustandsvariablen nutzbar sind, soll ein kurzer Überblick über den derzeitigen Stand der Technik gegeben werden.

Die Gesamtstruktur wird für nahezu alle Verfahren in Master- und Slave-Freiheitsgrade unterteilt, anschließend werden durch eine geeignete Transformation die Slave-Freiheitsgrade auf die Master-Freiheitsgrade zurückgeführt. Daraus resultierend erfolgt für alle Beschreibungen eine Unterteilung der Systemmatrizen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{MM} & \mathbf{S}_{MS} \\ \mathbf{S}_{MS}^T & \mathbf{S}_{SS} \end{bmatrix} \quad \mathbf{S} \in \mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K} \quad (3)$$

Die reduzierten Systemmatrizen ergeben sich zu

$$\mathbf{S}_{red} = \mathbf{T}_{red}^T \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{T}_{red} \quad \mathbf{S} \in \mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K} \quad (4)$$

Die Reduktionen sind für dynamische Untersuchungen nicht exakt, bieten allerdings Vorteile bzgl. der Selektion geeigneter Eigenvektoren zur Beschreibung der Deformation der Master-Freiheitsgrade.

Die gängigste und einfachste Form wird als **GUYAN-** oder **statische Reduktion** bezeichnet. Die resultierende Transformationsmatrix bestimmt sich ausschließlich aus der Steifigkeitsmatrix

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{SS}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{MS}^T \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}_M = \mathbf{T}_G \cdot \mathbf{u}_M \quad (5)$$

und ist für statische Untersuchungen sowie unter der Bedingung, dass an den Slave-Freiheitsgraden keine Kräfte wirken, exakt.

Für dynamische Simulationen ergeben sich aufgrund der fehlenden Berücksichtigung der Massenmatrix Abweichungen, die mit steigender Frequenz in einem zu steif abgeschätzten Verhalten der Gesamtstruktur resultieren.

Eine Verbesserung dieses Ansatzes lässt sich durch Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens der reduzierten Freiheitsgrade erreichen.

Eine Möglichkeit wurde von **CRAIG-BAMPTON** beschrieben und wird als **gemischt statisch-modale Reduktion** bezeichnet [5]. Dabei wird der Ansatz von GUYAN durch die Eigenvektoren der Slave-Struktur Φ_N (natural Modes) ergänzt

$$(\mathbf{K}_{SS} - \omega^2 \mathbf{M}_{SS}) \cdot \Phi_N = \mathbf{0} \quad . \quad (6)$$

Die resultierende Transformationsmatrix hat somit die Gestalt

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_c & \Phi_N \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}_M = \mathbf{T}_{CMS} \cdot \mathbf{u}_M \quad \text{mit} \quad \Phi_c = -\mathbf{K}_{SS}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{MS}^T \quad . \quad (7)$$

Eine andere Reduktion, welche den Einfluss der Massenmatrix berücksichtigt, stellt die **Improved Reduction System Method (IRS)** dar [8]. Neben der statischen Transformation werden zusätzlich pseudostatische Kräfte als Folge von Trägheitstermen berücksichtigt.

Es ergibt sich folgende Transformationsmatrix

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{IRS} \cdot \mathbf{u}_M = (\mathbf{T}_G + \mathbf{P} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{T}_G \cdot \mathbf{M}_G^{-1} \cdot \mathbf{K}_G) \cdot \mathbf{u}_M \quad \text{mit} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{SS}^{-1} \end{bmatrix} \quad . \quad (8)$$

Eine Verbesserung der Transformationsmatrix lässt sich durch ein wiederholtes Ausführen der Reduktion erlangen, indem die GUYAN reduzierte Steifigkeits- \mathbf{K}_G und Massenmatrix \mathbf{M}_G durch die resultierenden Matrizen des vorausgegangenen IRS-Schritts ersetzt werden

$$\mathbf{T}_{IRS,i+1} = \mathbf{T}_{IRS,i} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{T}_{IRS,i} \cdot \mathbf{M}_{R,i}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{R,i} \quad . \quad (9)$$

Der Index i bezeichnet den i -ten Iterationsschritt.

Der Algorithmus konvergiert bezüglich der Eigenwerte und Eigenvektoren des unreduzierten Systems.

Allerdings kann gezeigt werden, dass das resultierende System steifer reagiert, als das der GUYAN-Reduktion.

Abschließend sei an dieser Stelle auf den **System Equivalent Expansion Reduction Process (SEREP)** hingewiesen [7]. Der Ausgangspunkt der SEREP-Reduktion liegt in der Bestimmung der Eigenvektoren des gesamten unreduzierten Systems. Da eine Verwendung der Eigenvektoren eine modale Darstellung der Deformation ermöglicht, kann auch die Modalmatrix unterteilt werden

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_M \\ \Phi_S \end{bmatrix} \cdot \Phi_M^* \cdot \mathbf{u}_M = \mathbf{T}_{SEREP} \cdot \mathbf{u}_M \quad . \quad (10)$$

Mit der allgemeinen Definition der Pseudoinversen

$$\Phi_M^* = (\Phi_M^T \cdot \Phi_M)^{-1} \cdot \Phi_M^T \quad . \quad (11)$$

Die SEREP-Reduktion approximiert sowohl Eigenfrequenzen als auch Eigenvektoren des Systems exakt bis zur definierten Grenze (Anzahl der verwendeten Eigenvektoren).

Die jeweilige Anwendung des Reduktionsverfahrens sowie die Wahl der Master- und Slave-Freiheitsgrade sind problemspezifisch.

Analoge Überlegungen bzgl. der Anzahl und Wahl der Eigenvektoren sind auch vor der modalen Reduktion notwendig. Am Beispiel einer voll-dynamischen EHD-Rechnung eines Gleitlagers können die resultierenden Abweichungen illustriert werden.

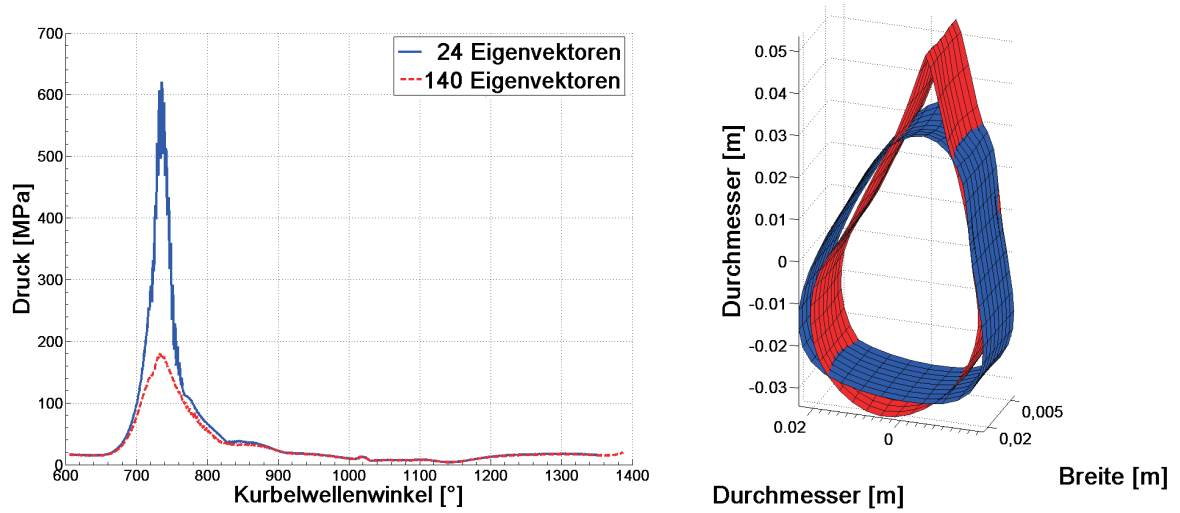


Abbildung 1: EHD - Maximaler Druck (links) - Deformation 500fach überhöht (rechts)

In Abbildung 1 (links) ist der Verlauf des maximalen Drucks über den Kurbelwinkel dargestellt. Bei sonst gleichen Modellparametern ergeben sich gravierende Unterschiede im Spitzendruck. Dies ist ausschließlich auf die unterschiedliche Anzahl der zur Beschreibung der elastischen Struktur verwendeten Eigenvektoren und die damit verbundene darstellbare Deformation (rechts) zurückzuführen. Bei der Verwendung von lediglich 24 Eigenvektoren wird der maximale Druck vergleichbar einer starren Rechnung überschätzt, was in einer stark abweichenden Deformation und damit Lagersteifigkeit resultiert, die das Systemverhalten verfälscht wiedergibt.

2.2 Frequency-Response-Modes

Eine Verbesserung der Beschreibung der Deformation unter Verwendung der Eigenvektoren kann zum Einen durch Erhöhung der Anzahl oder durch Nutzung so genannter **Frequency-Response-Modes** erreicht werden [11]. Bei bekannter Belastung der Gesamtstruktur können unter Verwendung von FRMs zusätzliche Eigenvektoren erzeugt werden, welche speziell auf den Anwendungsfall zugeschnitten sind, wodurch die Anzahl der modalen Freiheitsgrade bei gleicher oder teilweise besserer Abbildung der Deformation deutlich verringert werden kann.

Zunächst werden die Verschiebungsvektoren \mathbf{u}_k^p des konkreten Belastungsfalls berechnet

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}) \cdot \mathbf{u}_k^p = \mathbf{f}_k^{frm} \quad (12)$$

und anschließend in die Modalmatrix Φ (des etwaig reduzierten Systems, siehe 2.1) implementiert

$$\Phi_{frm} = [\phi_1^r \dots \phi_6^r, \phi_1^h \dots \phi_i^h, \mathbf{u}_1^p \dots \mathbf{u}_j^p] \quad (13)$$

Hierbei beschreiben ϕ^r die translatorischen und rotatorischen Eigenvektoren des Starrkörpers, ϕ^h die elastischen Eigenvektoren der FE-Struktur und \mathbf{u}^p die FRMs.

Die Einbindung der FRMs in dieser Form führt dazu, dass sich die Struktur der Systemmatrizen nach der Reduktion verändert. Da auch die elastischen Eigenvektoren Komponenten der Deformationen enthalten, die durch die FRMs beschrieben werden, sind die resultierenden Eigenvektoren nicht länger orthogonal zueinander, was zu Koppeltermen innerhalb der Massenmatrix führt, die eine Entkopplung der Bewegungsdifferentialgleichungen durch modale Reduktion unmöglich machen

$$\begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{M}}^{rr} & \widehat{\mathbf{M}}^{rh} & \widehat{\mathbf{M}}^{rp} \\ & \widehat{\mathbf{M}}^{hh} & \widehat{\mathbf{M}}^{hp} \\ sym. & & \widehat{\mathbf{M}}^{pp} \end{bmatrix} = \Phi_{frm}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi_{frm} \quad (14)$$

Die Orthogonalisierung der FRMs bzgl. der elastischen Eigenvektoren kann mittels Residual-Transformation erreicht werden. Dabei werden die Komponenten der Deformation, die bereits durch die elastischen Eigenvektoren beschrieben werden, aus den FRMs eliminiert

$$\mathbf{u}_k^r = \mathbf{u}_k^p - \sum_{j=1}^{n_h} \alpha_{jk} \mathbf{u}_j^h . \quad (15)$$

Die daraus resultierenden Residualmodes \mathbf{u}_k^r enthalten somit keine Deformationskomponenten der elastischen Eigenvektoren, sind allerdings immer noch nicht orthogonal zueinander.

Die Entkopplung erfolgt nach folgendem Schema [4]:

1. Bestimmung der Systemmatrizen des Residualsystems $\mathbf{K}^r, \mathbf{M}^r$
2. Bestimmung der Eigenvektoren des Residualsystems ϕ^o

Die Verwendung die Eigenvektoren innerhalb der orthogonalen Modalmatrix $\Phi_{frm,o}$

$$\Phi_{frm,o} = [\phi_1^r \dots \phi_6^r, \phi_1^h \dots \phi_i^h, \phi_1^o \dots \phi_j^o] . \quad (16)$$

erlaubt eine vollständige Entkopplung der Bewegungsdifferentialgleichungen

$$\begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{M}}^{rr} & \widehat{\mathbf{M}}^{rh} & \mathbf{0} \\ & \widehat{\mathbf{M}}^{hh} & \mathbf{0} \\ sym. & & \widehat{\mathbf{M}}^{oo} \end{bmatrix} = \Phi_{frm,o}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi_{frm,o} . \quad (17)$$

Unter Verwendung dieser Transformationsvorschrift lässt sich ein System bei bekannter dynamischer Last mit einem Minimum an modalen Freiheitsgraden beschreiben. Alternativ kann, falls die FRMs auf einer Schätzung der Last beruhen, die Lösungsgüte drastisch verbessert werden.

2.3 Thermische Zustandsvariablen

Gleichung (18) zeigt die thermomechanisch gekoppelte Bewegungsdifferentialgleichung in einer stark vereinfachten (maximal entkoppelten) Form

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{M}_{mm} \ddot{\mathbf{u}}_m + \mathbf{C}_{mm} \dot{\mathbf{u}}_m + \mathbf{K}_{mm} \mathbf{u}_m + \mathbf{K}_{mt} \mathbf{u}_t = \mathbf{f}_m & & \\ & \mathbf{C}_{tt} \dot{\mathbf{u}}_t & + \mathbf{K}_{tt} \mathbf{u}_t = \mathbf{f}_t . \end{array} \quad (18)$$

Der Index m bzw. t steht hierbei für die mechanischen bzw. thermischen Zustandsvariablen.

In dieser Form ist das thermische Problem vollständig vom mechanischen Problem entkoppelt und kann separat gelöst werden. Mit der gleichen Argumentation wie bei den mechanischen Zustandsvariablen ist auch hier eine Reduktion der Systemgröße unumgänglich. Rein verfahrenstechnisch bietet sich ebenfalls eine modale Reduktion an (thermische Modalmatrix Φ_t , thermischer Eigenwert κ_t), die sich wie folgt beschreiben lässt

$$(\mathbf{K}_{tt} + \kappa \mathbf{C}_{tt}) \cdot \phi_t = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \widehat{\mathbf{C}}_{tt} \dot{\mathbf{q}}_t + \widehat{\mathbf{K}}_{tt} \mathbf{q}_t = \widehat{\mathbf{f}}_t . \quad (19)$$

Nach Lösung des thermischen Problems können die resultierenden Temperaturen als zusätzliche Lasten $\mathbf{f}_{m_{zu}}$ verstanden und über die Koppelmatrix auf das mechanische System aufgeprägt werden

$$\mathbf{f}_{m_{zu}} = -\mathbf{K}_{mt} \cdot \mathbf{u}_t . \quad (20)$$

Die Beschreibung der Deformation des mechanischen Systems erfolgt durch die mechanischen Eigenvektoren, welche allerdings nicht gut geeignet sind, die Deformationen aufgrund thermischer Lasten abzubilden. Die Idee dies zu verbessern besteht darin, ausgehend von den thermischen Lasten zusätzliche FRMs zu definieren, die den

Raum der Eigenvektoren erweitern, so dass eine bessere Beschreibung der Deformation möglich ist. Da die thermischen Zustandsvariablen durch die thermischen Eigenvektoren ϕ_t abgebildet werden, können die relevanten thermischen Eigenvektoren zur Bestimmung zusätzlicher FRMs des mechanischen Systems verwendet werden, um die Deformation aufgrund thermischer Lasten besser abbilden zu können

$$\mathbf{f}_k^{frm} = \mathbf{K}_{mt} \cdot \Phi_t \cdot \mathbf{q}_{t_k} \quad \text{mit} \quad \Phi_t = [\phi_{t_1} \dots \phi_{t_{n_t}}] \quad (21)$$

Im Folgenden soll diesen zusätzlichen Eigenvektoren die Bezeichnung TFRMs (Thermal Frequency-Response-Modes) gegeben werden. Ferner können auch die thermischen Eigenvektoren um thermische FRMs erweitert werden, welche eine genauere modale Beschreibung des thermischen Problems erlauben und selbstverständlich auch zur Bestimmung der TFRMs Verwendung finden können.

3 UMSETZUNG

Die konkrete Umsetzung der Einbindung thermischer Zustandsvariablen ist zwangsläufig vom verwendeten MKS-Programm abhängig. Nichtsdestotrotz existieren einige charakteristische Schritte, die im Folgenden beschrieben werden sollen.

Da die Implementierung elastischer Körper in der Regel aus FE-Programmen erfolgt, existieren bei kommerziellen Programmen Schnittstellen, welche die Einbindung ermöglichen. Hierbei werden die vorhandenen Informationen (Steifigkeits-, Dämpfungs- und Massenmatrix) des elastischen Körpers aufbereitet und in kompakter Form unter Ausnutzung der modalen Reduktion abgespeichert.

Als Austauschformat wurde sich auf das so genannte **Standart Input Data (SID)** geeinigt, welches 1994 von Wallrapp [9],[10] eingeführt wurde. Die Beschreibung erfolgt mit Hilfe von 6 zeitinvarianten Matrizen (C1-C6), deren Kombination sämtliche Teilmatrizen, die zur Definition der Gesamtstruktur notwendig sind, unter Ausnutzung einer Taylorreihenzerlegung zur Verfügung stellt.

Bedingt durch die Notwendigkeit der Lösung des thermischen Eigenwertproblems

$$(\mathbf{K}_{tt} + \kappa \mathbf{C}_{tt}) \cdot \phi_t = \mathbf{0}, \quad (22)$$

welches keine Standardfunktionalität kommerzieller Programme darstellt, musste zur Verwendung von TFRMs zunächst ein eigenständiger FE-Algorithmus erstellt werden, welcher neben den mechanischen Systemmatrizen auch die thermischen zur Verfügung stellte. Anschließend wurde unter Verwendung der vorgestellten Algorithmen eine Programmstruktur aufgebaut, die eine Einbindung von TFRMs innerhalb der Modalmatrix ermöglicht. Abschließend wurden die Informationen im SID-Format gespeichert, was eine Einbindung in ein MKS-Programm ermöglicht.

4 BEISPIEL - LAGERBOCK

Das vorgestellte Vorgehen basiert auf der Annahme, dass eine Berücksichtigung zusätzlicher Eigenvektoren, zur korrekten Beschreibung der Deformation aufgrund thermischer Lasten bei Beschreibung durch modale Koordinaten, notwendig ist.

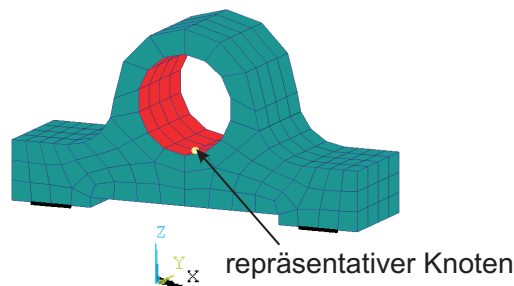


Abbildung 2: Lagerbock

Am Beispiel eines Lagerbocks (siehe Abbildung 2) sollen im Folgenden Simulationsergebnisse bzgl. der Verwendung rein mechanischer Eigenvektoren und TFRMs bei thermischer Last untersucht und kritisch verglichen werden.

Das Modell zeigt einen stilisierten Lagerbock, welcher zur Abbildung der Reibung auf der Lagerschale mit einem umlaufenden Wärmefluss beaufschlagt wird. An den Außenflächen des Körpers wird Konvektion berücksichtigt. Das FE-Modell besteht aus 1500 mechanischen und 500 thermischen Freiheitsgraden. Für den Abgleich wurde auf eine zusätzliche Reduktion durch GUYAN, CRAIG-BAMPTON etc. verzichtet, um die Allgemeingültigkeit der gewonnenen Aussagen zu gewährleisten.

Die thermischen Systemmatrizen wurden wie beschrieben unter Verwendung thermischer Eigenvektoren (siehe Abbildung 3) reduziert.

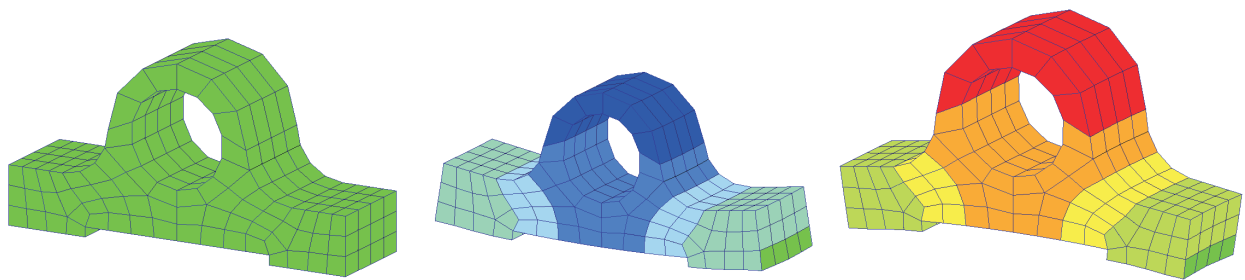


Abbildung 3: Erste thermische Eigenform bzw. TFRM

Für die Auswertung der durchgeführten Simulationen soll sich auf einen repräsentativen Knoten innerhalb der Lagerschale beschränkt werden (siehe Abbildung 2). Die gewonnenen Aussagen sind allgemein auf alle weiteren Knoten der Struktur übertragbar.

Die Simulationen ergaben die in Abbildung 4 dargestellten Temperaturverläufe.

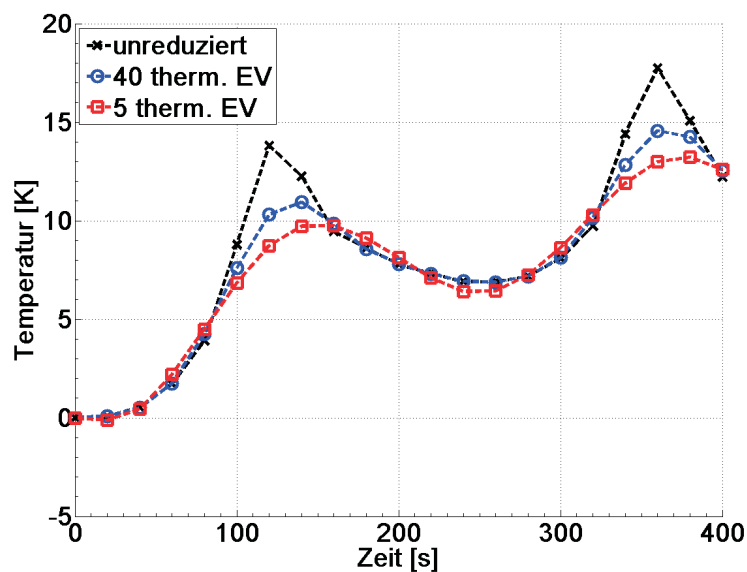


Abbildung 4: Temperatur-Zeit-Verlauf

Aufgrund der modalen Reduktion sind Abweichungen des Temperaturverlaufs vor allem im Bereich zwischen 100s und 150s bzw. 350s und 400s zu erkennen. Für eine genauere Abbildung der hochfrequenten Temperaturänderung in diesen Bereichen ist eine höhere Zahl an thermischen Eigenvektoren notwendig, was allerdings mit einem Anstieg der Rechenzeit im MKS-Programm verbunden ist.

Global zeigen die reduzierten Modelle allerdings einen zumindest ähnlichen Verlauf der Temperaturen. Bei Nutzung von nur 5 thermischen Eigenvektoren ergeben sich im Vergleich zu 40 verwendeten Eigenvektoren zunehmend stärkere Abweichungen, die eine weitere Benutzung des Modells fragwürdig machen. Die Wahl und Anzahl der zu verwendenden Eigenvektoren ist stark modell- und belastungsabhängig und kann im konkreten Fall nur iterativ durch Vergleich mehrerer Berechnungsergebnisse oder durch Erfahrungswerte bestimmt werden.

Zur Bestimmung der resultierenden Deformation sollen nun wie beschrieben die Simulationsergebnisse des Temperaturfeldes Verwendung finden.

Die modale Reduktion des mechanischen Systems kann unter Wirkung rein thermischer Lasten auf verschiedene Arten erfolgen:

1. Verwendung rein mechanischer Eigenvektoren (konventionell) (Gleichung 2)
2. Verwendung von TFRMs (Gleichung 16)

In Abbildung 5 sind die Verschiebungen aufgrund der umlaufenden thermischen Last dargestellt.

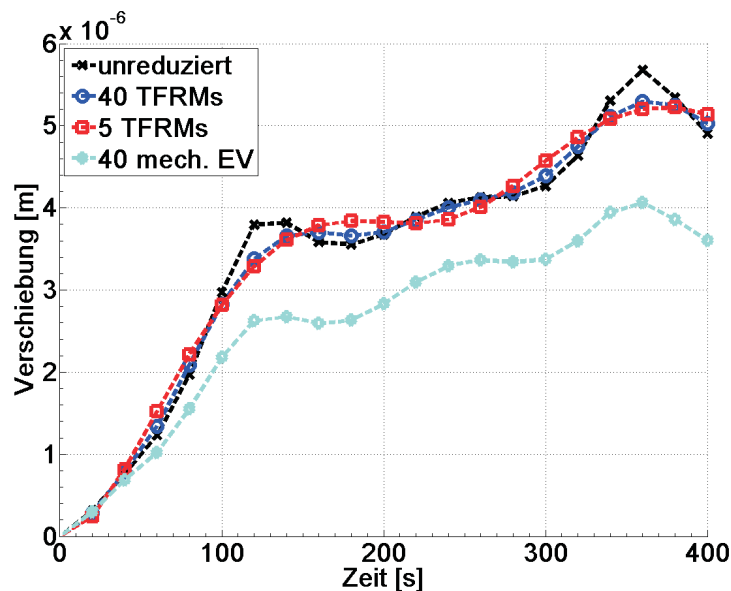


Abbildung 5: Verschiebung-Zeit-Verlauf

Bei gleicher Anzahl an Eigenvektoren zur Darstellung der elastischen Deformation zeigt die Verwendung von TFRMs eine deutlich höhere Genauigkeit als die Verwendung rein mechanischer Eigenvektoren. Die Abweichungen zwischen dem unreduzierten Modell und dem mittels TFRMs reduzierten liegen selbst bei Verwendung von nur 5 TFRMs im Bereich von 10%, wohingegen die rein mechanische Reduktion mit gleichem numerischen Aufwand 30% Fehler aufweist. Tendenziell zeigt sich bei Verwendung weniger thermische Eigenvektoren analog zum Temperaturverlauf eine Verschlechterung der resultierenden Deformation.

Bei der gleichzeitigen Berücksichtigung von thermischen und mechanischen Lasten eignen sich besonders Mischformen aus mechanischen Eigenvektoren und TFRMs, da sowohl die mechanischen Eigenvektoren eine geringe Güte zur Abbildung thermischer Deformationen als auch die thermischen Eigenvektoren eine geringe Güte zur Abbildung mechanischer Deformationen besitzen.

5 SCHLUSSFOLGERUNG

Bei Prozessen mit relevanter Wärmeentwicklung können wie dargestellt Koppelwirkungen zwischen dem thermischen und mechanischen Feldproblem auch innerhalb von MKS-Programmen nicht vernachlässigt werden. Speziell für Anwendungen, welche die Stabilität des Systems beeinflussen können (Lagerung, Dämpfung), muss die Abbildung der physikalischen Zusammenhänge möglichst exakt sein, um potentielle Fehlerquellen zu eliminieren. Aufgrund der Notwendigkeit der Reduktion, wie sie für die mechanischen Zustandsvariablen geläufig ist, ist eine analoge Berücksichtigung der thermischen Zustandsvariablen ebenfalls nur unter Reduktion der Modellgröße möglich.

Die Beschreibung erfolgt auch hier modal. Die Abbildung der Deformation aufgrund thermischer Lasten ist unter Verwendung rein mechanischer Eigenvektoren nur unzulänglich möglich (siehe Kapitel 4) bzw. nur mit einer Vielzahl von Eigenvektoren realisierbar.

Um dieses Verhalten zu verbessern, können zusätzlich thermische Eigenvektoren verwendet und in entsprechend modifizierter Form (siehe Kapitel 2) der Modalmatrix hinzugefügt werden.

Der resultierende Genauigkeitsgewinn wird durch die Fähigkeit der thermischen Eigenvektoren definiert, die Deformation abzubilden, und ist damit immer modell- und lastabhängig.

Literatur

- [1] ANSYS® Release 11.0: *Theory Reference*, ANSYS, Inc., 2007
- [2] SIMPACK Release 8.8: *SIMDOC v8.800*, 2006
- [3] Heckmann, A.: *The Modal Multifield Approach in Multibody Dynamics*, Dissertation, Universität Hannover, 2005
- [4] Friberg, O.: *A Method for Selecting Deformation Modes in Flexible Multibody Dynamics*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 32, pp. 1637-1655, 1991
- [5] Craig, R.R. Jr.; Bampton, M.C.C.: *Coupling of Substructures for Dynamic Analysis*, AIAA Journal, Vol. 6, No. 7, pp. 1313-1319, 1968
- [6] Myklebust, L.I.; Skallerud, B.: *Model Reduction Methods for Flexible Structures*, 15th Nordic Seminar on Computational Mechanics, 2002
- [7] Koutsovasilis, P.; Beitelschmidt, M.: *Model Reduction Comparison for the Elastic Crankshaft Mechanism*. Proc. International Operational Modal Analysis Conference, Vol. 1, pp. 95-106, 2007
- [8] Friswell, M.I.; Garvey, S.D.; Penny, J.E.T.: *Model Reduction Using Dynamic and Iterated IRS Techniques*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 186, No. 2, pp. 311-323, 1995
- [9] Wallrapp, O.: *Standardization of Flexible Body Modeling in Multibody System Codes, Part I: Definition of Standard Input Data*, Mechanics of Structures and Machines, Vol. 22, No.3, pp. 283-304, 1994
- [10] Wallrapp, O.; Sachau, D.: *Space Flight Dynamic Simulations Using Finite Element Analysis Results in Multibody System Codes*, Proc. 2nd International Conference on Computational Structures Technology, Vol. Advances in Computational Mechanics, pp. 149-158, 1994
- [11] Dietz, S.: *Vibration and Fatigue Analysis of Vehicle Systems Using Component Modes*, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12 No.401, VDI-Verlag, 1999
- [12] Schwertassek, R.; Wallrapp, O.: *Dynamik flexibler Mehrkörpersysteme*, Vieweg-Verlag 1999
- [13] Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.: *The finite element method*, Fifth Edition, 2000