

Ableitung einer Funktion, die in Parameterform vorliegt

Eine in der Physik relativ häufig anzutreffende Definition eines funktionalen Zusammenhanges besteht in der Festlegung in Parameterform.

Verständlicher wird das vielleicht an einem **Beispiel**:

Um die Bahnkurve eines geworfenen Körpers festzulegen wird bequemerweise die Bewegung in x-Richtung getrennt von der in y-Richtung dargestellt - beides in Parameterform, in Abhängigkeit vom Parameter Zeit.

So mag die Bewegung in Richtung der x-Achse etwa einer Funktion $x = \varphi(t)$ und die Bewegung in Richtung der y-Achse einer Funktion $y = \psi(t)$ genügen.

Beide Funktionen bilden ein System von Gleichungen:

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t) \quad \text{mit} \quad \alpha < t < \beta$$

Die Funktionen $\varphi(t)$ und $\psi(t)$ sollen differenzierbar sein; zusätzlich soll $\varphi'(t) \neq 0$ sein.

y sei in einem gegebenen Gebiet als eindeutige differenzierbare Funktion von x definiert.

Das gegebene System von Funktionen läßt sich umstellen: $y = \psi(\varphi^{-1}(x))$.

Die Begrenzung des Parameters Zeit bedeutet bei einer Wurfbewegung beispielsweise: Wurfbeginn zum Zeitpunkt $t = 0$, Wurfende zum Zeitpunkt des Auftreffens.

Unter den formulierten Voraussetzungen läßt sich die Ableitung angeben:

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Im formulierten Beispiel des schrägen Wurfes ist die Funktion (nach Eliminierung des Parameters Zeit) $y = y(x)$ die Bahnkurve, also der Weg, der vom geworfenen Körper im Raum zurückgelegt wird.

Die ermittelte Ableitung wird durch den Winkel verkörpert, den die Flugbahn zum jeweiligen Zeitpunkt (Parameter t) zum Horizont, d.h. zur x-Achse einnimmt.